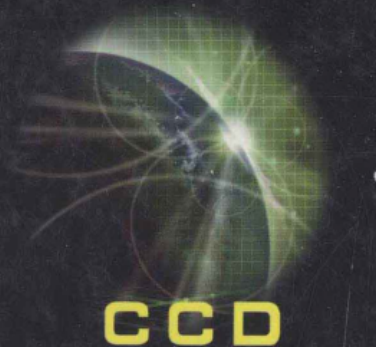




CCD 天体测量学

冒蔚 季凯帆 李彬华 杨磊 铁琼仙 著

云南科技出版社



CCD 天体测量学

CCD Tianti Celiangxue

责任编辑/王 韬

封面设计/杨 峻

责任校对/唐坤红

责任印制/翟 苑

ISBN 7-5416-1782-2



9 787541 617829 >

ISBN 7-5416-1782-2/P·29

定 价: 20.00 元

CCD 天体测量学

冒蔚 季凯帆 李彬华 杨磊 铁琼仙 著

云南科技出版社
·昆明·

图书在版编目(CIP)数据

CCD天体测量学/冒蔚等著. —昆明:云南科技出版社, 2003.4

ISBN 7-5416-1782-2

I . C... II . 冒... III . 电子望远镜—应用—天体测量 IV . P12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 023918 号

云南科技出版社出版发行

(昆明市环城西路 609 号云南新闻出版大楼 邮政编码:650034)

昆明市五华区教育委员会印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:850mm×1168mm 1/32 印张:8.5 字数:213 千字

2003 年 4 月第 1 版 2003 年 4 月第 1 次印刷

印数:1~500 定价:20.00 元

内容提要

本书介绍了 CCD 应用于天体测量领域 20 年来已经显示出来的高精度和高效率,分析了在这发展过程中尚未解决的三个主要问题,并且针对这些问题阐述了解决办法,包括:适应天体测量精度要求的数字星像处理方法——二维修正矩法;影响 CCD 图像之间相对位置的各项误差的测定和修正方法,以及大气折射和光行差较差修正方法;用 CCD 测微器对天体位置进行绝对测定的方法。这些问题的解决,将能使地面光学基本天体测量学在观测精度、星等和效率方面达到一个较大飞跃,为建立实用的准惯性天球参考架,为天体力学和恒星天文学的发展提供有用的观测数据。

目 录

1 引 言	1
参考文献	7
2 CCD 的原理及其特性	8
2.1 辐射探测器的发展	8
2.1.1 人眼	8
2.1.2 照相底片	9
2.1.3 光电探测器	11
2.2 CCD 的基本工作原理	13
2.2.1 电荷存储 ^[1]	13
2.2.2 电荷转移	14
2.2.3 CCD 的电极转移结构 ^[2]	14
2.2.4 电荷输入及检测	17
2.3 CCD 的噪声源 ^[3]	18
2.3.1 KTC 噪声	18
2.3.2 产生 - 复合噪声	18
2.3.3 1/f 噪声	19
2.3.4 温度噪声和颤噪声	19
2.4 CCD 的物理参数	20
2.5 CCD 参数的优化 ^[4]	26
2.6 大尺寸 CCD 的发展 ^[5]	28
参考文献	29

3	CCD 图像处理方法	30
3.1	数字图像的常用处理方法 ^[1]	30
3.1.1	数字图像概述	30
3.1.2	数字化图像的增强方法	31
3.1.3	数字图像的复原	36
3.1.4	图像信息的压缩	39
3.2	天文 CCD 图像特点及预处理方法	43
3.2.1	长曝光的光学传递函数	43
3.2.2	光噪声统计特性 ^[2]	44
3.2.3	CCD 器件噪声	46
3.2.4	CCD 图像的计算机模拟	47
3.2.5	CCD 图像的预处理	48
3.3	CCD 图像的一维定心方法	50
3.3.1	边缘分布 ^[3]	51
3.3.2	高斯拟合法	52
3.3.3	修正矩方法 ^[3]	53
3.3.4	中值法 ^[3]	55
3.3.5	寻导法 ^[3]	56
3.3.6	几种方法的比较	58
3.4	CCD 图像的二维定心方法	60
3.4.1	二维高斯拟合法	60
3.4.2	二维修正矩方法	62
3.4.3	各种噪声分布对二维修正矩方法的影响	63
3.4.4	二维修正矩方法的理论解	67
3.4.5	二维高斯拟合法与二维修正矩方法的比较	72
3.4.6	OCL0452 疏散星团恒星位置的测定	73
3.4.7	关于星像平滑方法的讨论	77
3.5	FITS 图像格式 ^[5]	80

参考文献	84
4 CCD 相对测量	85
4.1 照相方法的评述	86
4.1.1 照相方法的发展	86
4.1.2 照相观测的原理	90
4.1.3 底片模型对精度的限制	98
4.1.4 采用四常数模型的需要和可能	104
4.2 用四常数模型作 CCD 相对测量的转换	105
4.2.1 简化成四常数模型的条件	105
4.2.2 两轴不垂直偏量和两轴方向比例尺之比的 测定	108
4.2.3 大气折射较差修正	111
4.2.4 光行差较差修正	129
4.2.5 光心偏差和物镜组偏心畸变的测定和修正	135
4.2.6 各类修正的修正顺序和交叉项	139
4.3 CCD 底片重叠法	143
4.3.1 CCD 底片重叠法的意义	143
4.3.2 CCD 底片重叠法的观测原理	146
参考文献	156
5 天体位置的 CCD 绝对测定	157
5.1 绝对测定方法和仪器的发展	158
5.1.1 地面观测绝对测定天体位置的意义	158
5.1.2 传统的子午绝对测定方法和传统子午环	162
5.1.3 传统子午环配备 CCD 测微器	166
5.1.4 低纬子午环和低纬子午绝对测定方法简介	169
5.2 低纬子午环配备 CCD 测微器的观测原理	180

5.2.1	子午方向的观测方法	181
5.2.2	卯酉方向的观测方法	186
5.2.3	镜筒弯曲的测定	190
5.2.4	观测近极星来测定方位差和瞬时纬度	193
5.2.5	CCD 视场大小和芯片的预置位置	199
5.2.6	星径曲率改正	201
5.3	量度坐标的各种修正	212
5.3.1	CCD 芯片的制造误差和安装误差的测定和 修正	213
5.3.2	比例尺及其变化的测定	219
5.3.3	子午方向和卯酉方向观测的大气折射较差 修正	224
5.3.4	子午方向和卯酉方向观测的光行差较差修正	229
5.3.5	方位差和水平差较差修正	236
5.3.6	投影修正和光心偏差的测定及修正	239
5.3.7	视场中所有天体位置的同时绝对测定	243
	参考文献	245
6	CCD 的应用将促进学科发展	246
6.1	实用的准惯性天球参考架的建立	247
6.2	为恒星天文学研究提供观测资料	255

1 引 言

以传统子午环为代表的地面光学天体测量仪器,其测微器的每一次更新和发展,都引起了观测精度和极限星等的提高,也促进了仪器误差理论的完善和发展。早期的耳目法观测,精度仅达几角秒,发展到现代的多狭缝光子计数测微器,观测精度已达到了 $\pm 0.15''$ 左右,接近于地面光学仪器定位测量精度的极限,极限星等也从 8^m 左右提高到 13^m 。照相技术在天体测量领域的应用,由每次的单星像测量变为多星像同时测量,并利用星光的积累效应,使得极限星等和观测效率产生了一次大飞跃,还逐步地在仪器研制、观测方法、底片处理和测量归算等方面建立了相应的误差理论,形成了当时的一门新的分支学科——照相天体测量学。新型光子探测器器件 CCD 在天体测量领域的应用,不仅能同时测量多星像的位置,而且由于它的量子效率高、光谱响应宽、动态范围大、读出噪声和暗流易于抑制等特点,与照相技术相比,在同样的望远镜上,在同样的露光时间内,可对更暗天体的像取得精度更高的测量结果。由于 CCD 用于天体照相仪上作天体位置相对测量时,误差来源、测量和处理方法,与照相技术有所不同,用于子午仪器上对天体位置作绝对测定时,获得数据的方式、误差的来源和表达形式等,与目视动丝测微器及光电测微器都大不相同,以致必须建立与之相适应的误差理论,也理所当然地,应当与照相天体测量学并立的,形成一门 CCD 天体测量学。

20 世纪 70 年代末期,CCD 在天文观测中开始试用后,立即受到天体物理工作者的普遍关注,世界上许多大、中型望远镜先后配

备了 CCD 终端,并且取得了喜人的观测结果。CCD 测量系统的优良性能也同样地引起了天体测量学界的兴趣。天体测量工作者借助于大望远镜上的 CCD 测量系统,在恒星的视差和自行、河外天体的光学定位以及太阳系小天体的定位等方面,进行了有益的探索和应用,还在子午环上配备了 CCD 测微器,进行大量暗星位置的相对测量,同样取得了令人鼓舞的结果,已显示出在观测精度、观测效率和极限星等方面将能产生一个飞跃。

开创了 CCD 用于测量恒星三角视差先例的是 D.G.Monet 等人^[1],他们利用了基特峰国立天文台 4 米望远镜上的 Fairchild 221 CCD(象元数为 109×244 ,读出噪声为 $20e^-$,量子效率仅为 15%),经三年观测,获得暗达 18^m 的恒星视差测定值,内精度为 $\pm 0.002'' \sim 0.004''$,优于同期 R.S.Harrington 等人利用十年照相观测所获得的精度为 $\pm 0.0057''$ 的结果^[2]。1992 年,Monet 等人^[3]又发表了他们在 1.55 米望远镜上利用 TI CCD(象元数为 800×800 ,读出噪声为 $18 e^-$,量子效率为 50%)测量 $15^m \sim 17^m.5$ 恒星的三角视差的结果,精度介于 $\pm 0.0005'' \sim 0.0027''$ 之间,中间值为 $\pm 0.001''$ 。这种测量结果不仅显示了 CCD 用于视差测量优于照相测量,而且在观测星等和测量精度方面都已经超过了依巴谷天体测量卫星(Hipparcos)所能达到的目标,展示了地面 CCD 探测器的应用前景。

自行的测定,传统的要求是在两个观测历元之间的时期内,恒星在天球上的位移量远超过每一历元的位置测量误差,才能获得可靠的恒星自行数据,对照相观测而言,在较好的情况下,单次测量误差为 $\pm 0.1'' \sim 0.3''$,两个观测历元需要相距 30 年左右。1986 年,郭新建等人^[3]利用云南天文台 1 米望远镜的 CCD 系统测量河外星系与恒星之间的相对位置,单次测量的精度为 $\pm 0.047''$,在对星像测量方法作进一步的改进和完善后,单次测量精度可达 $\pm 0.01'' \sim 0.02''$,从而可以在间距更短的两个历元观测,获得足够精确的恒星自行,加上 CCD 对河外天体作光学定位的测量,只要测

量和处理方法合适,其误差来源将比照相方法单一,以致有可能直接获得恒星相对于河外天体的高精度的绝对自行。在射电和光学天球参考架的连接中,测定现有星表的剩余旋转,特别是测定畸变很小的依巴谷恒星参考架相对于河外射电源天球参考架的微小旋转,实质上就是把这一恒星参考架中统计平差出的恒星自行转换成相对于遥远的河外射电源光学对应体的绝对自行,这就要求首先证认出河外射电源的光学对应体,再测定从恒星参考架中选择出的若干颗恒星相对于这些光学对应体的绝对自行。由于河外射电源的光学对应体往往比较暗,介于 $16^m \sim 20^m$ 之间,利用 CCD 高量子效率和测量精度高的特点,将能很好地实现这一目标。早在 1982 年, A. N. Argue 就利用英 - 澳的 3.9 米望远镜上的 CCD 测量系统进行了成功的尝试^[4], 显示了利用 CCD 观测进行河外射电源光学定位的潜力。

太阳系小天体,如小行星和彗星等,其特点是运动速度快,星等变化大,使精确定位受到一定的限制,但是利用 CCD 的量子效率高和动态范围大等特点,可以对它们进行相对位置的高精度测量。1985 年,吴光节等人利用云南天文台 1 米望远镜上的 CCD 测量系统搜索哈雷彗星,在当时哈雷彗星还暗于该仪器照相极限星等的情况下,用 CCD 获得了清晰的彗星图像,并且测定了它的相对位置;1987 年,许水等人利用同一仪器上的 CCD 测量系统对 5 号小行星进行试验观测,取得了单次测定精度为 $\pm 0.035''$ 的相对测量结果。

子午环配备 CCD 测微器,经过 R. C. Stone 等人的探索和试验后,已在普尔科沃天文台 MK - 200 子午环^[5]和东京天文台 PMC - 190 子午环^[6]等仪器上推广。Stone 等人把美国海军天文台 Flagstaff 工作站的 8 英寸子午环配上 CCD 测微器后,变为一架天体测量扫描式子午望远镜来使用,在观测时,望远镜固定指向某一天顶距, CCD 采用漂移读出的方式来获得星像的图像,每颗星的露

光时间为星像穿过 CCD 视场的时间,这样,每次观测到一条与 CCD 视场等宽度的赤纬带,带长即为赤经跨度,等于一次观测的时间跨度。他们刚开始时采用的 CCD 为 TI 800 \times 800 芯片,视场为 $20' \times 20'$,观测的极限星等达 17.5^m ,加衰减器后,最亮的星为 5^m ,在每个视场中星像多于 50 颗,每小时能观测到两千颗天体,获得它们之间的相对位置,在该仪器可观测的整个天区内,可观测到目前协议的河外射电源天球参考架中的 77 颗射电源的光学对应体^[7]。之后,他们把 CCD 换成 CRAF/cassini 1024 \times 1024 芯片,观测星等介于 $3.5^m \sim 17.5^m$ 之间,在某些天区,一个视场中的星像多达 300 颗,1 小时可观测到 9000 颗天体,对于亮于 16^m 的恒星,单次测定精度为 $\pm 0.05''$,而 17.5^m 的恒星,相应的精度为 $\pm 0.20''$ 。

以上所列举的几个典型例子已经充分显示了 CCD 应用于地面光学天体测量的美好前景。CCD 在空间天体测量领域的应用,正在规划中。第一颗依巴谷卫星计划的成功,鼓舞着天文学家们提出了发射第二颗依巴谷卫星的计划,利用 CCD 作为调制探测器,代替第一颗依巴谷卫星的析像管主探测器,由于它的光学效应比析像管至少高一千倍,用同样的 29 厘米口径的望远镜,将能对 1.5×10^7 颗亮于 14^m 的恒星作测量,预期在 2.5 年内,对亮于 10^m 的恒星的天体测量参数,精度达到 $\pm 0.5\text{mas}$,并进行精确的多色测光^[8]。现在已提出了精度更高、观测星等更暗、被测天体更多的几个空间计划,准备在本世纪前 10 年内实施。

经过人们在 20 年内的探索和试验,CCD 在天体测量领域的应用,已显示出其强大的生命力,它将对基本天体测量学科的发展产生很大的推动作用,为天体力学、天体物理学等学科的需要提供范围更广、精度更高的测量数据。但纵观这 20 年来,CCD 测量系统的应用,除了与照相底片相比,视场较小,有待于大面积 CCD 芯片的问世和芯片拼接技术的完善之外,尚有三个问题没有很好地得到解决,这限制了这种新型光子探测器件的各种优良特性的充分

发挥。这三个问题是：

(1)至今为止没有一个国际通用的满足于天体定位测量特殊要求的图像处理软件包。CCD 在天体测量工作中的应用大部分都是在为使用为天体物理工作需要而编制的软件,这些软件虽然也包含有一些星像定位测量的功能,但不是重点,一般均采用某种高斯拟合法来拟合星像轮廓,不完全满足基本天体测量高精度、高效率地处理大量暗弱天体,包括不规则天体的要求,影响了各种天体像的定位测量精度。

(2)天体在天球上的几何坐标与其成像在芯片上的量度坐标之间的转换,仍采用照相天体测量的那套方法。照相天体测量中,多年来形成的一套成熟的方法是:在几何坐标与量度坐标之间借助于理想坐标来过渡,即先将参考星的几何坐标换算成理想坐标,与这些星的量度坐标组合求解出底片常数,用于将待测星的量度坐标换算成理想坐标,最后得到待测星的几何坐标。在这过程中,把量度坐标系与理想坐标系之间坐标原点和坐标轴指向的差异、各种畸变和较差改正的影响等,都归入底片常数中求解出来,一般情况下,可用的参考星数量限制了底片常数的数目,即限制了底片模型的完整性,对于 $2^\circ \times 2^\circ$ 的底片视场,通常都用六常数模型,使得视场边缘处只能达到 $\pm 0.05'' \sim 0.1''$ 的处理精度(见第四章),从而影响了 CCD 测量的高精度优势的发挥。

(3)尚未有 CCD 测量用于天体位置绝对测定的先例。子午环是用于对天体位置进行绝对测定的传统的基本天体测量仪器,但在配备 CCD 测微器后,都没有发挥这种仪器原有的绝对测定功能,这是由于传统子午环测定仪器误差的方法限制了仪器各种误差的测定精度,使之不能与 CCD 测量的高精度相匹配,而作为扫描式子午望远镜用于天体位置的相对测量,更能发挥测量的高星等和高精度的优势。但是,如果能将 CCD 用于天体位置绝对测定,特别是利用其高星等和高精度的优势,对暗弱的河外星系和河

外射电源的光学对应体作绝对定位测量,并伴以大量恒星及其他天体的绝对定位或相对测量,将能为直接建立光学波段的准惯性的天球参考架,以及直接在一个准惯性天球参考架中提供各类天体的天体测量参数等方面,发挥重要的作用。

本书旨在探讨和阐述解决以上三个问题的途径,并建立相应的误差理论。书中在第二章介绍了 CCD 的物理特性的基础上,第三章探讨和提出了满足于星像高精度定位测量要求的数字星像处理方法——二维修正矩方法;第四章根据对照相天体测量中传统处理方法对精度限制的分析,阐述了对各种畸变和较差影响逐项作修正,进而简化底片模型的处理方法;第五章从低纬子午环的观测原理和误差理论出发,叙述了 CCD 测量用于天体位置绝对测定的观测方法和处理方法;在探索出这三个问题解决途径后,第六章就 CCD 在天体测量领域应用后,对本学科及有关学科发展的影响,给出了简单的展望。

这三个问题的解决途径和相应的误差理论,都是根据地面光学天体测量的实际情况和要求提出的,因为与空间测量相比,地面观测的误差来源较多,测量数据受到仪器重力变形和热变形的影响,也受到地球大气和地球物理参数变化的影响;在高精度要求下,探索抑制各种误差影响的处理方法,将更实际和更完善一些,也因为在空间天体测量迅速发展的时代,地面光学天体测量仍不会失去其本身的优势:地面测量具有较大的灵活性和长期性,可以对有兴趣的天体和天区加强观测,并根据需要作长期的观测资料积累;地面测量数据含有地球自转和空间运动的信息,也含有地球物理信息,有利于天球参考架与地球参考架之间的协调,并为地球物理研究提供有用的测量数据;地面测量比较保险,成功率高,设备易于维持,费用较低,有利于多布观测点。另外,有一些地面测量不是空间测量所能替代的,除了与地球有关的信息的测量以外,像太阳系小天体的测量、一些特殊天体的测量,都需要长期的观测

资料的积累,只有通过地面的长期观测,才能满足分析研究的要求。问题在于:在空间时代,如何发展地面光学天体测量?它应在空间天体测量的刺激和启发下,探索新的观测原理、研制新型仪器设备,逐步克服影响地面测量精度提高的主要障碍——仪器重力变形和热变形,以及地球大气的影 响,并且采用如 CCD 这样的新型光子探测器件,使某些参量能取得与空间测量可比的精度,即可与空间测量相互配合的资格,地面和空间的测量相互配合,取长补短,定能促使基本天体测量学和有关学科的发展跃上一个新的台阶。只要合理地应用不断发展的新技术和新工艺,这一目标是不难达到的。

参考文献

- 1 D.G.Monet, C.C.Dahn, A.J., 1983, 188(10): 1489 ~ 1507
- 2 R.S.Harrington, et al., A.J., 1983, 188(7): 1038 ~ 1039
- 3 Mao Wei, et al., 1989, Astron.Astrophys., 215: 190 ~ 194
- 4 A.N.Argue, Mon.Not.R.Astr.Soc., 1984, 211: 713 ~ 718
- 5 V.N.Yerskov, et al., IAU Symp., 1990, 141: 91 ~ 92
- 6 M.Miyamoto, IAU Report on Astronomy, 1991, XXIA: 29 ~ 40
- 7 R.C.Stone, D.G.Monet, IAU Symp. 1990, 141: 369 ~ 370
- 8 E.Hog, et al., IAU Symp. 1993, 156: 31

2 CCD 的原理及其特性

2.1 辐射探测器的发展

作为一门以观测为基础的科学,天文学离不开对天体辐射的测量。能够将辐射能转换为可测信号的器件就称之为辐射探测器。对于不同的天文对象和不同的观测目的,需要与之相适应的辐射探测器。按所观测辐射的波长来分,无线电波所用的探测器一般为偶极子天线配合接收机;红外线探测器用红外底片,硫化铅光电导探测器及锗辐射计;人眼是最原始的可见光探测器,目前,照相乳胶、光电倍增管、光电二极管、像增强器、CCD 等等也用于这一波段的观测,其它如紫外乳胶、核乳胶、正比计数器、闪烁计数器、火花室、电离室和切连科夫计数器等等,则用于对紫外线、X 射线、 γ 射线和高能粒子的探测。对天体测量而言,最常用的莫过于可见光辐射探测器。在本节中,我们将对其发展作一些扼要的介绍。

2.1.1 人 眼

人类首先用于观察天体的探测器就是人眼,而且目视观测几乎到上世纪才被照相、光电等方法所逐步取代。

眼睛是通过与大脑相配合来完成视觉过程的。在不同的外界条件下,采用不同的状态来达到最佳的效果,因而从某种意义上讲它是一架能随环境变化而变化的辐射探测器。眼睛最重要的一个

组成部分是眼球,其中布满视觉神经的视网膜,相当于照相机中的感光底片。虹膜,瞳孔相当于一个可变光阑,晶状体类似于一个折射率不均匀的透镜,其外包裹着坚韧的膜。角膜与晶状体之间充满水状的前房液,而晶状体和网膜之间则充满后房玻璃液。所以,眼睛是一个物、像方媒质折射率不同的光学系统。由于在视网膜上有圆柱细胞和圆锥细胞两种,因此,我们的眼睛拥有两种感光材料。眼睛的调焦是靠毛肌改变晶状体的曲率来实现的。

人眼的结构决定了人眼的探测性能。视觉有一个非常低的下限,只需 5×10^{-17} 瓦,相当于 $5 \sim 14$ 个光子,就能产生有光的感觉,眼睛对辐射的反应是非线性的,当入射光子数成正比增加时,其反应按对数率增加,变化范围在 10^{11} 左右。人眼只对波长 $4000 \sim 7000$ 埃的辐射产生反应。光谱响应分为白昼视觉光谱响应和黄昏光谱响应。极大值对应的波长分别 5500 埃和 5100 埃,值为 1725 流明/瓦和 673 流明/瓦。眼睛的分辨本领随不同物体的亮度和反衬度而异。在理想条件下,人眼的分辨率达 0.5 角分,在一般照明条件下,极限分辨率在 1 角分左右,而夜间照明条件比较差时,分辨本领大大下降,最小分辨角大于 1 度。由于眼睛的这些特性,所有目视光学仪器的设计都要考虑到这些条件并受到它们的限制。

虽然眼睛作为辐射探测器在天文学的发展中起过重要作用,但是它具有很大的局限性。它无法对探测到的信号进行定量的描述,而且不能长期记录,因而无法满足大多数测量的要求。

2.1.2 照相底片

照相底片是用作为感光材料的乳胶涂在玻璃片或赛璐珞片上所制成的。乳胶暴露在光线里时,形成潜像,显影液的作用使曝光的颗粒在几分钟内变为不透明的金属银粒,并使卤素变为碱性卤化物。显影之后还需定影,然后还必须进行长时间的仔细的水洗。

沉淀下来的银晶粒组成负像,它们由于具有吸光性而成黑色。所有的定量测量均直接在负片上进行。底片的黑度不但和光线的强弱有关,亦和曝光时间的长短有关,因而用析出的银颗粒即可反映辐射的强度。由于实际计数银颗粒数目是非常麻烦的,于是引入底片密度的概念。所谓底片的密度是入射总辐射与透过底片的辐射两者强度比值的对数,此值可以用显微光度计直接加以测量。但密度和照度的对数不是成正比的。事实上存在着灵敏阈、饱和度和强烈照度下的负感区。仅在一定范围内,互易律才成立,对于低照度和高照度则不行。在互易律成立的范围内,乳胶的效率最高,即产生一给定的密度所需的曝光量最小。影响乳胶互易特性的因素包括在曝光期间乳胶的湿度,底片曝光前后的处理等,适当地控制这些因素,可以减小互易律失效的范围。实际上底片的密度不仅仅决定于曝光量,而且与辐射能量的波长、感光材料的类型、曝光时的照射方式(连续或不连续)、显影液的成分、显影条件等等都有关系。这种关系十分复杂,无法给出一般函数表达式。这种总体上的非线性大大增加了处理的工作量。

对于照相底片,定义量子效率为产生一个变黑颗粒所需要的人射光子数。照相乳胶的量子效率低于 1%,甚至于 0.1%。对于专门用于天文观测的天文底片,经过敏化后,可以提高到 4%。底片颗粒的大小,一方面直接限制了照相底片的空间分辨率,另一方面也影响着它的灵敏度。小颗粒底片,空间分辨率高,但灵敏度低。分辨率最高的底片能分辨每毫米 100 ~ 200 线对。照相底片的动态范围较小,一般为 30,远小于光电探测器,此外还具有扩散圆、反光晕、边缘效应等等缺点。但是它也具有很多优越性。首先底片信息容量大,是任何其它探测器所不可比的,一张 25 厘米 \times 25 厘米的底片,以 $25\mu \times 25\mu$ 为一个信息单元,就可以容纳 10^8 个单元,这几乎是不可超越的。其次,它可以曝光几个小时,以起“积累”作用,而人眼积累光线的时间很短,只有秒的一个很小的分数。

另外,底片可以长期保存,成本也比较低。

恒星的第一次照相是 1850 年哈佛大学天文台的 10 英寸折射望远镜对织女星(天琴座 α)进行的。照相技术用于天体测量工作是迟缓的,直到 1887 年才准备编制第一本暗至 11^m 的所有恒星位置的照相星表。今天,照相测量方法已发展到相当完善的地步。但是照相方法本身的缺陷使得照相星表的总精度依然在 0.1" 的量级。

天文底片不仅用于记录和测量天象,在天体物理中也作为一种重要的二维辐射探测器进行测光和光谱工作。在这些测量中,必须精确测定底片的特性曲线,以便通过测定底片密度来确定照度,进而求得天体的光度变化。

虽然照相方法在某些方面已不能满足目前高精度天体测量的要求,但它依然保持着信息量大和成本低等等优势。不过由于近年新兴的二维光电探测技术发展很快,照相底片的使用范围正逐渐减小。

2.1.3 光电探测器

爱因斯坦解释了光电效应的经验规律后,利用光电效应原理制成的辐射探测器——光电探测器,就逐步发展起来了。现在,光电器件在天文学的很多领域发挥着重要的作用。在天体测量方面,主要利用外光电效应,即在辐射作用下,电子从电极物质表面发射出来的特性而研制成的光电器件,例如光电倍增管、像增强器、电子照相机以及电视型探测器等。

光电倍增管一般由光敏阴极和加在其后的若干增加电子的倍增电极以及最后的一个收集电子的阳极所组成。在倍增电极之间,通常使用分压器来建立起电场。光电阴极在光子作用下发射电子,在高真空管中被电场加速,获得约 100 电子伏特的能量,聚集于第一倍增极的电极上。一个入射电子的能量将给予倍增极中

的多个电子,从而使倍增极上释放出几个次级电子。每个次级电子又被加速到下一个倍增电极,电子数目再度增加。如此相继下去,经 $10 \sim 15$ 级后,每一个原始电子将在阳极上引起 10^6 到 10^9 个次级电子,这个数值叫做增益。光电倍增管的倍增系统有两种,一种是分离式倍增系统;另一种是连续式微通道板倍增系统。后者可以制成机械强度很高的光电倍增管,并可大大改善时间特性。

光电倍增管是一种很好的电子放大器,它具有增益大、噪声小、线性好、结构简单、工作稳定和寿命长的特点。它的量子效率与光谱响应主要决定于光电阴极,确切地说取决于采用的光电发射材料的性质,以及辐射照到光电阴极之前所经过的窗材料的性质。通常最大的量子效率在蓝区,介于 $10\% \sim 30\%$ 之间,很难在波长大于 9000 埃的区域获得高量子效率。对在一定范围内变化的辐射流,光电倍增管是线性元件,若辐射流过大,则偏离线性。在 $10^{-13} \sim 10^{-5}$ 流明的光照下,线性好于 3% ,动态范围可达 10^7 。当在光电元件的阴极和阳极之间加上电压,即使完全不受照射,也会产生一定的暗电流,好的光电倍增管在冷却到 -30°C 时,暗电流约为 10^{-13} 流明的数量级。

光电倍增管是很理想的探测器,但它是一种一元探测器,这是其最大的弱点。虽然目前已研制出多阴极光电倍增管,它相当于许多很细的倍增管组成的矩阵,但目前也只能作到一百个左右的通道,与期望值相比还远远不足。

近年来,在天文观测中(主要是对暗目标的观测),二维光电器件得到越来越多的应用。二维光电器件兼备了照相底片和光电倍增管的优点,是一种更为理想的探测器。按其工作原理和结构可分为:像增强器、电子照相机和电视型探测器等。

2.2 CCD 的基本工作原理

CCD(Charge - Coupled Devices)电荷耦合器件,是 20 世纪 70 年代初期发展起来的新型半导体器件。它最早是由美国贝尔实验室的 W. B. Boyle 和 G. W. Schmit 于 1970 年首先提出的,此后,在 1971 年研制出第一个实用的 CCD 器件,并用之于检验和读取探测信号获得了成功。

2.2.1 电荷存贮^[1]

CCD 是一种 MOS 器件,即金属 - 氧化物 - 半导体器件。以 PMOS 为例,如图 2.1(a)所示,在栅极加正电压 V_G 之前,P 型半导体中的多数载流子空穴的分布是均匀的,当栅极施加正电压 V_G 后,空穴被排斥,产生耗尽层。当电压继续增加,如图 2.1(b)所示,耗尽层深度也随着增加。当 V_G 大于 P 型半导体阈值电压后,半导体和绝缘体界面上的电势(表面势)将半导体体内的少数载流子电子吸引到表面,形成一层电荷浓度极高但极薄($10^{-2} \mu\text{m}$)反型层(图 2.1(c))。反型层的存在就表明了 MOS 结构有存贮电荷的功能。

表面势和反型电荷浓度有着良好的反比例线性关系,这可用半导体物理的“势阱”来解释:即电子之所以被加有栅极电压 V_G 和被 MOS 结构吸引到氧化层与半导体的交界面处,是因为那里的势能最低。这样表面势可作为势阱深度的量度,而它又与栅极电压 V_G 和氧化层的厚度 d 有关,即与 MOS 电容量 C 和 V_G 的乘积有关。势阱的横截面积取决于栅极电极的面积 A ,MOS 电容存储信号电荷的容量为:

$$Q = CAV_G \quad (2.1)$$

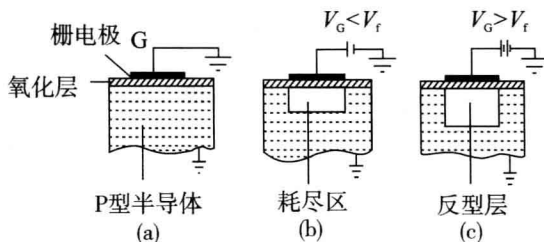


图 2.1 单个 CCD 栅极电压变化对耗尽区的影响

- (a) 栅极电压为零 (b) 栅极电压小于阈值电压
 (c) 栅极电压大于阈值电压

2.2.2 电荷转移

若将按一定规则变化的电压加到 CCD 各电极上,电极下的电荷包就能够沿着半导体表面按一定方向移动,即把少数载流子电荷包从一个 MOS 势阱移到另一个势阱。被转移的电荷值与信号成比例。

由于电荷将转移到相邻的最小势阱的空间位置,所以当加到栅极的电压连续变化时,电荷向前转移。如图 2.2 所示,其电容器 2 下的耗尽区大于电容器 1 的耗尽区。电子已移动到栅极 2 下最小电势处。这个器件称为 N 沟道 P 型半导体 MOS 器件。

对于一维线性 CCD,它是由多个栅极构成的。在源极引入电荷,并且通过多个栅极转移到漏极,这是通过连续地依次以一定时间偏置多个栅极来实现的。当正电压依次加到栅极上时,电荷移动到电势极小值处,最后从最末一个漏极二极管出来。这样就使信息以分立的电荷包形式在空间位置间传递。

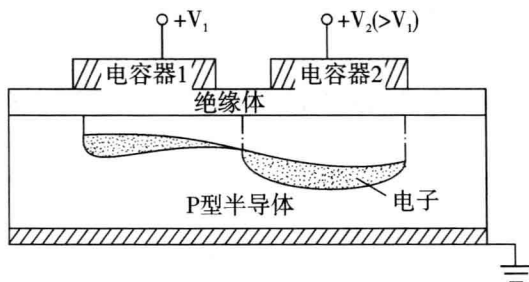


图 2.2 使电荷从 1 转移到 2 的两个 MOS 电容器的偏置方法

2.2.3 CCD 的电极转移结构^[2]

最早的 CCD 转移电极是用金属铝制成的,随着 CCD 技术迅速发展,到目前为止,常见的 CCD 转移结构已不下 20 种,但它们都必须满足使电荷定向转移和相邻势阱耦合的基本要求。

1. 三相 CCD

若采用简单的对称电极,为了限定电荷转移的方向,至少需要三相。对于某一确定时刻存有电荷的一个势阱来说,它的两个相邻势阱中只有一个处于高电压,而另一个保持在低电压,以保证电荷转移的方向是单一的。若有特殊需要,也可以添加几相,不过,一般来讲,时钟脉冲相数目都保持在最小。三相 CCD 一般有以下几种:

三相单层铝电极结构:它是在轻掺杂的硅衬底上先生成一层 $0.1\mu\text{m}$ 厚的氧化层,而后在氧化层上蒸发一层铝,采用光刻或阴影腐蚀技术形成宽为 $2\sim 3\mu\text{m}$ 的空隙。这种结构虽然制造工艺简单,但有一个明显的缺点,即电极间隙处氧化物直接裸露在周围环境中,使得表面势不稳定,影响转移效率,因此这种结构很少在实

用器件中被采用。

三相电阻海结构:为了封闭电极结构,克服周围环境的影响,采取的方法之一是引用硅栅结构。在氧化层上淀积一层连续的高阻多晶硅,然后对电极区域进行选择掺杂,形成高阻与低阻相间的三相电极图案。电极间互连和焊接区采用蒸发铝来实现。这种结构成品率高,性能稳定,不易受到环境温度的影响,它的缺点是尺寸较大,仅用于小型阵列器件。

三相交叠硅栅结构:三相交叠硅栅结构是常用的三相交叠电极结构形式。它既可使得电极间隙极窄,又能得到封闭的电极结构。三相交叠电极可以是多晶硅,也可以用金属铝,或者二种混用。先在硅表面生成一层高质量的氧化物,然后沉淀二氧化硅和一层多晶硅,在多晶硅上刻出第一组电极;再进行热氧化,形成一层氧化物,而后沉淀多晶硅掺杂,并刻出第二组电极,以此类推,做出三相电极。这是一种被广泛采用的结构,主要问题是制造工序较多,而且必须防止层间短路。

2. 二相 CCD

为使 CCD 能在二相时钟脉冲驱动下工作,电极本身必须设计成某种不对称性,即由电极结构本身保证电荷转移的定向性。产生这种不对称性的最常用的方法是利用绝缘层不同厚度的台阶和离子注入来产生内势垒。

台阶氧化层二相结构:形成台阶氧化层电极结构的方法可以有多种,现在多采用二相硅-铝交叠栅结构。第一层电极采用低电阻率多晶硅。在这些电极上热生长绝缘氧化物的过程中,没有被多晶硅覆盖的栅氧区厚度也将增长。第二层电极采用金属铝电极,铝栅下绝缘物质厚度与硅栅下不同,因而在相同栅压下形成势垒,它的作用是将各个信号电荷包隔离并且限定电荷转移的方向。这种结构的显著优点是电极间发生短路的可能性小,成品率高,适用于高性能、高封装密度的大型 CCD 器件。

注入势垒二相结构,采用离子注入技术可在电极下面获得表面势不对称结构。在 N 沟道中可注入硼原子,当其离化后在表面产生固定的负电荷,这种负电荷使电压提高,形成台阶梯状的势垒分布。注入势垒比氧化物台阶势垒可以做得更高些。

二相 CCD 结构的优点是驱动脉冲简单,在相同的时钟频率下电荷包转移一个单元所需时间短些。与三相 CCD 相比,布线也比较简单,但它的单元存贮电荷的容量却不如三相 CCD。

除了这两种 CCD 结构外,广泛采用的 CCD 结构还有虚相(单相)CCD 和四相 CCD,它们也各有优缺点。

2.2.4 电荷输入及检测

信号电荷输入方法有两种:光注入和电注入。

1. 光注入

当光照射到 CCD 硅片上时,在栅极附近的半导体内产生电子-空穴对,其多数载流子被栅极电压排开,少数载流子则被收集在势阱中,形成信号电荷。光注入方式可分为正面照射式和背面照射式。

2. 电注入

电注入就是 CCD 通过输入结构对信号电荷或电流进行采样,将信号电压或电流转换为信号电荷。电注入的方法很多,常用的有电流注入法和电压注入法。

对于天文观测所使用的 CCD,其信号注入方式显然是以光注入为主。

电荷的检测,也就是其输出方式。信号经输入结构变成大小不同的电荷包后,就要在时钟脉冲驱动下沿着 CCD 沟道转移。在转移途中有时要探测电荷,或者到了终端,就要有效地收集电荷逆变为电信号。转移中探测电荷,必须是无破坏性读出,读出结果可以是电压或电流,因此输出结构存在多样性,目前主要有三种:电

流输出、浮置扩散放大器输出和浮置栅放大器输出。

2.3 CCD 的噪声源^[3]

在本节中,主要对 CCD 探测器的几种噪声源进行一些初步的讨论,在一些参考文献中,对 CCD 噪声也有不同的分类。

2.3.1 KTC 噪声

KTC 噪声也是由于荷电粒子在有功元件中的热运动(热电流起伏)产生的。这种噪声亦称为奈奎斯特噪声、约翰逊噪声或热噪声,它出现在所有电阻性材料中。由于噪声源和测试装置的能量均分,因而可测噪声能量等于热能的一半。其次,噪声能量通过一时间常数为 Δt 的回路的传输率就是可探测到的 KTC 噪声功率。

电阻为 R_d 的光电导器件,其 KTC 噪声的均方电流为:

$$\overline{i_j^2} = \frac{4kT\Delta f}{R_d} \quad (2.2)$$

其中: k 为玻耳兹曼常数; T 为温度; R_d 为探测器电阻; Δf 为带宽。

2.3.2 产生 - 复合噪声

产生 - 复合噪声是由光电导器件(半导体)中载流子的产生率、复合率或俘获率的起伏引起的,这些起伏也引起了自由载流子浓度的起伏。产生率和复合率的起伏受两种因素的影响:一是热激发的载流子,二是光子激发的载流子。对红外探测器的产生 - 复合噪声进行的研究,可以得出由光子和热激发两种过程所产生的产生 - 复合噪声的表达式为

$$\overline{i^2} = 4q(q\eta\varphi_B A_d G^2 + qg_{th} G^2) \quad (2.3)$$

其中: q 为电子电荷; η 为量子效率; φ_B 为光子照度; A_d 为探

测器面积; G 为光电导增益; g_{th} 为热产生率。

上式中的第二项是由光电导器件中热生载流子的起伏而引起的噪声, 因此如果将器件充分冷却, 则热生载流子率就会减少, 因而可忽略。所以对于冷却的探测器, 光子噪声对产生 - 复合噪声起主导作用。

2.3.3 $1/f$ 噪声

对 $1/f$ 噪声产生的原理, 尚不十分清楚, 尽管已经进行过大量的研究。一般认为产生这一噪声的原因是由于探测器电极缺乏欧姆接触表面态陷阱或错位引起的。 $1/f$ 关系(频率越低, 噪声越大)仅对噪声功率成立, 而噪声电平则随着频率的平方根的倒数而变化, $1/f$ 噪声的经验公式为:

$$\overline{i^2} = a i_b^\alpha \frac{\Delta f}{f^\beta} \quad (2.4)$$

其中: a 为比例因子; i_b 为通过探测器的直流电流; Δf 为带宽; f 为频率; α, β 为常数。通常 β 取为 1, α 取为 2。 $1/f$ 噪声总是出现在需要偏置电流的光电导器件和热辐射探测器中。

对于光电导体, 通常来讲主要噪声随频率从小到大的分布顺序为: $1/f$ 噪声、产生 - 复合噪声和 KTC 噪声。控制光电导体工作在产生 - 复合噪声占主导的频率范围, 就可以获得最佳的特性。要达到这一点, 只需对信号进行调制, 目的是使信号在探测之前就落入所需的频率范围, 或者在检波后的电子线路中用滤波器抑制掉无用的频率, 也可以达到要求。

2.3.4 温度噪声和颤噪声

在热探测系统中, 探测元件温度的起伏虽然并不是来源于被探测信号, 但在输出端却产生一些不必要的噪声, 为了与约翰逊噪声相区别, 这类噪声称为温度噪声。由辐射线交换和传导交换所

产生的温度起伏噪声为:

$$\overline{i^2} = 4k T^2 \Delta f / [k^2 + (2\pi f H)^2] \quad (2.5)$$

其中: k 为传导系数; H 为热容量。

颤噪声是当系统经受振动或撞击时,导线部件的机械位移所产生的噪声。由于导线相对于接地金属壳位置的变化会引起电容变化,因此它就成为这种噪声产生的主要原因。这种噪声几乎是随机的,因此不能用某种数学公式进行表达。

2.4 CCD 的物理参数

作为一种固体器件,CCD 在天文学上的应用有着广泛的前景,这首先依赖于 CCD 本身有着极为优越的物理参数特性,其中有些是一切辐射探测器所共有的,而有些则是 CCD 特有的。在某些参数之间,彼此是相互制约的,这不仅是由于制造技术方面的困难,更重要的是受到 CCD 器件本身工作原理的限制。例如暗流与电荷转移效率之间、满阱能力与空间分辨率之间都近乎是矛盾的。事实上,CCD 用于不同目的时,对其特性也有所偏重。通常,人们定义如下几个特性参数来描述一个 CCD 器件的特性,并评价其品质的优劣。

1. 量子效率和光谱响应

量子效率可定义为器件输出的光电子和入射光子之比,即:

$$\eta = I/Q \quad (2.6)$$

η 本身是无量纲的,其意义是在单位时间内,每入射一个光子所产生的电子数。对于没有电流增益的探测器,这个值小于 1。对于同一个探测器件,在不同的波段,量子效率是不一样的,从而构成了光谱响应。固体摄像器件的光谱响应,基本上由所用材料的光电性质决定,但也与器件的光敏元结构和采用的电极材料密切相关。

现代 CCD 的光谱范围包括从 X 射线到近红外区整个波段,而其峰值的量子效率在 7000 埃左右,一般均可达到 50% 以上。

提高量子效率的一个常见措施是:采用背面光照(背照)技术。从前文可以看到,CCD 背面没有复杂的电极结构,因而能够得到高而均匀的量子效率。短波段处的响应减小的原因是体内和背部表面复合造成的,长波段处的减小则是红外光透过减薄的衬底引起不完全吸收而引起的。背照 CCD 主要困难是衬底必须减薄到小于分辨元的尺寸,通常要求小于 $30\mu\text{m}$ 。这是因为绝大部分可见光在硅片表面下 $4\mu\text{m}$ 处已被吸收,少数光生载流子必须扩散到衬底正面的势阱位置,为了不使载流子因横向扩散而损失空间分辨率,器件就必须减薄。通常衬底减薄只是在光敏区进行,为了保持一定的机械强度,光敏区四周留有加强环,又可作为焊接点区,此外,背部表面必须保持积累状态,以尽量减少载流子在表面复合。一般还有表面抗反射层,以减少入射光能的损失。当前,一些采用背照技术的 CCD,其量子效率的峰值已超过 90%。

图 2.3 显示了在不同波段上,CCD、光电倍增管、照相底片和人眼的量子效率。从中可以看出 CCD 有更高的量子效率和更宽的光谱响应。

2: 读出噪声

辐射探测器本身的噪声对于成像的质量有着重大影响,尤其是在低光度暗星的观测中,这一点尤为突出。CCD 读出噪声是指对探测器的各种噪声经过抑制处理后的最终噪声量。如采取 CCD 工艺中预照光脉冲技术和降低 CCD 器件的工作温度后,CCD 的暗流噪声和转移噪声将降低到可忽略的程度。经相关双采样(CDS)或双积分 CCD 读出信号处理,CCD 的复位噪声也将大部分被移去。目前,天文领域所使用的 CCD 的读出噪声已小于 $10e^-$,甚至小于 $5e^-$,也许在近年内能最终越过 $1e^-$ 的门槛。例如 ESO 的 EEV44—82CCD($2K \times 2K$)在 50kHz 的读出速率下其读出噪声为

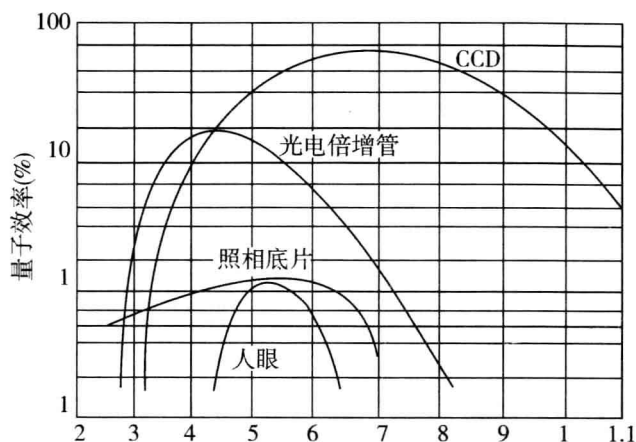


图 2.3 量子效率和光谱响应

$1.9e^-$ 。

3. 暗 流^[2]

CCD 器件都存在暗电流,主要有如下三个来源:

(1)耗尽区中的本征热激发产生的暗电流。按耗尽层复合过程理论,体内耗尽层激发产生的暗电流为:

$$i_d = \frac{qx_d n_i}{2\tau_0} \quad (2.7)$$

其中: n_i 为半导体本征载流子浓度; τ_0 为少子寿命; x_d 为耗尽层厚度。

(2)少子自中性体内向表面扩散产生的暗电流为:

$$i_f = \frac{qD_n n_i^2}{N_A L_n} \quad (2.8)$$

其中: N_A 为半导体掺杂浓度; D_n 为电子扩散系数; L_n 为电子扩散长度。在室温下, $i_f \ll i_d$, 常将 i_f 忽略不计。

(3)表面能级的热激发产生的暗电流为:

$$i_s = \frac{1}{2} q s_0 n_i, \text{ 且 } s_0 = \pi \sigma V_{th} D_{si} k T \quad (2.9)$$

其中: s_0 为表面复合速度, σ 为表面态俘获截面; V_{th} 为电子热速度; D_{si} 为本征费米能级附近的表面态密度, 以 $\text{cm}^{-2} \text{eV}^{-1}$ 为单位。对于表面处理良好, D_{si} 较小的器件, 通常 i_s 也小于 i_d 。正常情况下, 暗电流应以耗尽层内热激发为主。

暗电流不均匀会造成背景不均匀, 暗电流特别大(即暗电流尖峰)的个别区域会在图像上出现白斑。由于各个位置上暗电流的分布基本上是固定的, 故可以用电子学或图像处理的办法来消除。暗电流可控制在 $1 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ 的水平, 若采用致冷法则可以大大降低暗电流, 如云南天文台 1 号 CCD 系统, 其暗流在 -120°C 时仅在 $0.05 \text{e}^-/\text{秒} \cdot \text{象元}$ 。

4. 电荷转移效率

电荷包自一个阱向下一个阱的转移, 既不是瞬时完成的, 也不是完全的。这意味着每次转移中有少量的电荷留在后面, 这些留下的少量电荷, 数目是随机的, 服从泊松分布, 而且它们是累积的, 经过许多次转移后, 电荷包就会变得越来越模糊。在正常情况下, 即当一个阱, 甚至那些代表“零”信号的阱, 都含有某个偏置电荷时, 留在后面的电荷量在一级近似下是信号电荷的固定的百分数, 这就称为电荷转移效率。

电荷转移效率是小于 1 的, 而对某一象元的影响又与电荷转移的次数有关。对于 512×512 象元的 CCD, 电荷最长的转移距离为 1024 个象元, 若转移效率为 0.9999, 则经 1024 次转移, 最终输出的电荷数仅为原象元数的 $0.9999^{1024} = 0.9$, 也就是损失率达 10%, 而这 10% 的电荷就留在转移过程中所经过的其他象元中。采用埋沟技术的 CCD 器件, 电荷转移功效已达 0.999999, 经过 2048 次转移也只产生 0.3% 的拖尾。随着新技术新工艺的采用,

电荷转移效率(CTE)逐渐向 1 迫近。例如, SITE442ACCD 其垂直 CTE 达 0.999999995, 水平 CTE 达 0.99999981。采用冷却法对电荷转移效率是不利的, 所以它与降低暗流是相互矛盾的。

5. 动态范围和满阱电荷能力

CCD 的电荷阱是有深度的, 即某一象元所收集的电子数的能力是有限的, 当累积的电子在某一时期里超过光敏单元的信号处理能力时, 就会产生过载现象。过量的电荷通过体内扩散到邻近势阱, 在显示屏上出现一个白色区域向周围扩展。扩散的形式与摄像器结构有关, 对于 CCD, 由于沟道间沟阻的阻挡使过量电荷首先沿垂直的转移沟道扩散, 从而在显示屏上产生白道。在天文观测中, 若某一观测目标产生的电荷达到饱和或者溢出, 对于后续测量是不利的, 而这个最大能允许的电荷积累数就称为满阱电荷数。动态范围就是指满阱电荷数与噪声的比, 例如, 云南天文台 1 号 CCD 系统, 满阱电荷数为 1.32×10^5 电子, 读出噪声为 88.4 电子, 则系统的动态范围为 1500 左右, 也就是说在这一系统上, 一幅 CCD 图像中最多能容纳 8 个星等跨度的星像。显然增大每一象元的尺寸可以提高满阱电荷能力和扩大动态范围。

6. 空间分辨率

摄像器件最重要的一个参数是分辨率, 即摄像器件对物象中明暗细节的分辨能力。目前国际上一般用“调制转移函数(MTF)”来表示分辨率, 也可以用空间频率来表示。空间频率的单位一般用线对/毫米。任何物象在某一方向上的光强分布可以通过傅立叶变换分解成有不同空间频率的周期性变化成分。固体摄像器件实际上是由空间上分立的光敏单元对光学图像进行采样。光敏单元一般呈周期性排列, 因此也可以用空间频率表示, 称为空间采样频率。根据奈奎斯特定理, 一个摄像器能够分辨的最高空间频率等于它的空间采样频率 f_0 的一半, 这个频率称为奈奎斯特极限频率 f_N 。

一个确定的空间频率的物像投射在摄像器上,其输出将是随时间变化的波形,它的振幅称为调制深度。调制深度通常用它的零空间频率下的值进行归一化,得到的无量纲量称为调制转移函数 MTF。

7. 线 性

CCD 一般在整个动态范围内均表现为线性,即当入射光强按一定比例改变时,反映在 CCD 上也是按照同一比例变化。非线性的来源主要有三个方面:(1)电荷包是由入射光子流产生的,理想情况下,硅体内吸收的每个光子,将产生一定数量的载流子,然后它被收集到最近的一个势阱中,如果始终收集同样的固定百分比的载流子,那么器件将显示出完美的线性,直到由势阱饱和给出的极限为止。在实际器件中,这个百分比可能有变化,因为积分地点周围的耗尽面积随势阱逐步充满而减少;(2)电荷检测时,如果应用有内、外反馈的片外前置放大器,要达到优于输入能达到的线性通常是没有问题的,而对于片上放大器而言,则问题会表现出来。(3)电荷转移效率小于 1 也会带来非线性。

¹ 对于天文上所采用的 CCD 器件,线性一般都是比较好的,如云南天文台 1 号 CCD,它的非线性小于 0.5%。

8. 不均匀性

CCD 由成千上万,甚至几百万个光敏元组成,各个光敏元响应不尽相同,具有一定的不均匀性。均匀性在某些应用领域是一个比较重要的指标,特别是在定位测量方面,光敏元均匀与否是决定测量精度的一个关键问题。造成不均匀性的原因是多方面的,有的与硅材料质量有关,另一些则与工艺过程相联系,如沟道掺杂浓度不均匀,表面态密度不均匀以及光敏元尺寸的差异所引起有效面积的变化。

在天文应用中,不均匀性是通过进行平场改正的方法加以克服的,一般地,经过平场改正后的图像不均匀性会小于 1%。

另外,由于材料的质量以及加工工艺不尽完善,往往造成摄像器件在重建图像时出现缺陷,如热点(高灵敏象元)、死象元(无效象元),这些缺陷在大规模的 CCD 中更是难以避免的,它们的数量多少也是评价 CCD 器件质量的一个因素。

从总体来讲,现代 CCD 已接近于一个理想探测器,即接近于一个全波段的、量子效率为 1、噪声为 0 的线性的探测器,也正是由于它有如此优良的物理性能,才使得它备受天文学家的青睐。

2.5 CCD 参数的优化^[4]

虽然 CCD 的特性参数已比较理想,但是天文学家们仍不满足于现状,尤其对如何在整个波段,包括蓝端和紫外提高量子效率有着非常大的兴趣。本节中将介绍几项研究成果,包括对于背照 CCD 的减薄和背面注入电荷以提高蓝端的响应,利用防反射镀层来提高全波段的量子效率。

1. 减 薄

最常用的 CCD 减薄方法是将 CCD 器件浸泡在酸的混合溶液之中。在器件的边缘上用石蜡封好,以使仅对 CCD 成像的区域进行减薄,而边缘保持原状,以用于机械安装。Hubble 太空望远镜所使用的 TI800 × 800 的 CCD 就是用这种方法进行处理的。但这种减薄方法对红端和蓝端的量子效率的影响是不一样的。如果器件本身厚度小于 $10\mu\text{m}$,只要有 $1\mu\text{m}$ 的变化就会使红端的量子效率变化百分之几,因此对减薄的精度和均匀性要求很高。蓝端的量子效率对于背面的固态条件十分敏感,如果厚度的变化扩展到不同的掺杂区,用于去除背面电势的电荷的效应就会发生变化。蓝端和近紫外的量子效率就将随着器件的厚度而变化。

对于高电阻率随向附生层的 CCD 器件的减薄,电阻率比较低的器件可以获得更好的表面质量,这是由于酸混合液浸蚀高电阻

率的随向附生材料有较高的速率,可以得到更均匀的背面。

更为成功的一个方法则是用化学/机械减薄,即将一层铜镀在 CCD 背面,以使硅再进行氧化,然后用机械的方法将铜和氧化硅擦去,由于硅的相互作用是化学反应,因此对表面不会有损坏,机械抛光可以控制得非常精密,所以很容易将表面控制在 $1\mu\text{m}$ 的精度之内。

2. 背面电荷注入

为了消除背面的由正电荷构成的电势阱,可以用背面电荷注入的方法。这些电荷的产生是由于硅格的分裂而致。UV 溢流和氮氧化气体的处理,对于保存在通常大气条件(室温和室压)下的 CCD,都是临时充电的办法,随着时间的推移,充电就不再有用,必须在 CCD 再次致冷时重新充电。另外,这两种方法都要求气体作用于 CCD 背面,而对于有防反射镀层的 CCD 就无法使用。

减薄后,氧化物必须生长在背面,以减少接触面和氧化的正电荷,所以要求有足够小的背面充电。若正电荷的密度太高,在铂层和硅之间的差异就不足以进行充电。

3. 防反射镀层

背照 CCD 的量子效率下降的主要原因是背面的反射损失。在紫外区,反射损失光约 60%,而在可见光和红端损失约 30% 以上,从而大大降低了量子效率。另外,这些反射光会被杜瓦瓶窗口或其他光学元件再次反射回来,从而产生“鬼影”。在红端,光在 CCD 正面和背面多次反射的干涉条纹也会引起量子效率产生约 20% 的变化。在 CCD 背面采用一层很薄的防反射层,可以有效地解决这些问题。这样不仅在红端和紫外可以得到较高的量子效率,而且对于全波段几乎都有效。事实上,采用这一方法,从 2300 埃到硅响应极限的 11000 埃的波段内,量子效率提高 50% 到 100%。

要提高量子效率,必须要求防反射层直接附在硅表面,这适用

于减薄后的背照 CCD。对于前照 CCD, 由于不是硅表面, 而是用于保护的玻璃覆盖层, 因此镀层仅能使量子效率提高很少一点。

2.6 大尺寸 CCD 的发展^[5]

20 多年前, 第一片用于天文观测的 CCD 仅为 100 象元 $\times 100$ 象元。云南天文台在国内最先使用的 1 号 CCD 为 512×320 象元, 而今天在国际天文界中 1024×1024 的 CCD 已相当普遍。但对于天文学家而言, 这样的 CCD 在望远镜的焦平面上也只占很小的面积, 他们无不希望能够使用更大面积的 CCD 芯片。大尺寸的 CCD 的发展有两种途径: 一是制造整片的大规格 CCD; 二是多片 CCD 通过拼接而成为一个大尺寸的 CCD。本节针对这两个方面用两个例子来进行一些简单的介绍。

1. 4096×4096 大格式 CCD

1989 年 9 月, JPL 的 James. Janesick 等人在图森介绍了 Ford Aerospace 的 4096×4096 大格式 CCD, 其特性如下:

每象元尺寸: $7.5\mu\text{m}$;

非线性: 好于 0.5% ;

量子效率在 6000 埃的峰值: 45% ;

象元的不均匀性: 小于 1.5% ;

电荷转移效率: 好于 0.99999 ;

满阱电荷能力: $20000e^-$ 。

4096×4096 的 CCD 是当前最大格式的单片 CCD。从理论上讲, 制作更大格式的单片 CCD 也是可能的, 如在 4 英寸的片子上制造 8192×8192 CCD, 但对于用户来说这种 CCD 是不实用的。若采用 16 位 A/D 转换, 一幅 8192×8192 的 CCD 将拥有 130MB 的数据量, 相当于一本 6500 万的书。若用单放大器输出, 每秒数据读出率为 25KB , 则需要 42 分钟才能将一幅图像读出, 所以尚无制作

8192 × 8192 CCD 的计划。

2. 8192 × 8192 的拼接 CCD

下一代的 CCD 无疑是拼接 CCD,其中的原因是制造技术的限制、4 英寸硅片的限制和读出速率的限制。美国的海军天文台制造了一个 8192 × 8192 的拼接 CCD,它是由 8 片 Loral 公司的 4096 × 2048 CCD 拼接而成的,芯片间的缝宽小于 0.5mm,整个面积达 5 平方英寸,在四米望远镜上每象元为 0.28",视场达 38.6' × 38.6'。由于 8 个芯片的数据是同时进行读出的,所以总的读出时间小于 100 秒,显然,这种 CCD 的使用同时也要求对杜瓦瓶、滤光片、快门等的进行改造,而且对于数据的后处理也有更高的要求。相信这种 CCD 将会对天文学做出很大的贡献。

参考文献

- 1 王庆有,孙学珠. CCD 应用技术. 天津:天津大学出版社,1993
- 2 刘继琨. 固体摄像器件的物理基础. 成都:电子科技大学出版社,1989
- 3 张振杰等. 光辐射探测器. 西安:陕西人民教育出版社,1990
- 4 M.P.LESSER. CCD Thinning, Coating, and Mounting Research for Astronomy. in "CCDs in Astronomy", 1989, 65 - 75
- 5 J.Janesick. New Advancement in Charge - Coupled Device Technology —— Sub - Electron Noise and 4096 × 4096 Pixel CCDs, Proc.of SPIE, 1990,1242

3 CCD 图像处理方法

CCD 器件的最突出的一个优势就是得到的图像是直接数字化的,可以极为方便地运用计算机技术对这些数字化的图像进行处理,从而得到有用的信息,提供给下一步研究和分析。本章就是根据现代天体测量学的具体要求,通过对图像处理方法的研究,以实现高精度、高效率地处理大量的暗弱天体的目标。

3.1 数字图像的常用处理方法^[1]

CCD 图像的处理首先具有一般图像处理方法的共性,长期以来对图像处理方法的研究所取得的成果几乎都可以用于天文 CCD 图像的处理过程之中,如图像增强、复原和压缩等等。

3.1.1 数字图像概述

所谓数字化图像是指将一幅实际图像在空间上加以取样(离散化)和在幅度上给予量化(分层)。为了尽可能多地保留信息,就要求在一幅图像上有足够多的采样点和足够的量化级,如现代天文学中常遇到的 CCD 图像为 1024×1024 个采样点和每点 65536 级(16bits)的量化度,这样一幅图像就有 2 兆字节的信息量。这对计算机的内存和运算都带来较重的负担,因此也不能盲目地扩大图像的采样点和量化等级。

与一维采样情况一样,对于图像的采样同样有二维采样定理(Nyquist 准则),即若原图频谱是有限带宽的,而 x 和 y 方向上的取

样间隙 Δx , Δy 足够小,使用 $1/(\Delta x)$ 和 $1/(\Delta y) \geq 2$ 倍上限频带,则取样后频谱将不重叠。若取样满足采样定理,则可以不失真地重建成原连续的图像。对于一个确定的数字化成像系统,采样定理定义了最小的可分辨的距离。如当一个 CCD 系统每象元对应的角分辨率为 $0.5''$ 时,就不可能分辨出小于 $1''$ 的空间结构,这对于天文观测来讲是具有指导意义的。

取样仅把连续图像在空间离散化,而量化则是把取样所得的各象元值在幅度上按一定方式离散化,即完成模拟/数字(A/D)转换。通过事先设置的一组判决值和重建值,将模拟量的取样值同这些值比较,若取样值幅度落在某两个相邻的判决值之间,则规定它取这个量化级的值,称其为重建值。判决值和重建值之间可以是线性关系,也可以为非线性关系。由于重建值是有限的,从而引起了量化误差。对于 CCD 系统而言,一般这种量化过程是线性的,即 A/D 转换过程是线性的,它类似于一个取整的过程,量化误差是服从均匀分布的。

图像经过取样和量化后,重建时与原图的均方误差就分别由取样误差和量化误差两部分组成。

数字化图像一般是用矩阵形式进行表示的:

$$F = [f_{ik}] \quad (3.1)$$

f_{ik} 是图像的象元值,它具有非负性和有界性。对于数字化图像的线性处理,实际上就是对一个矩阵的线性变换,如叠加、卷积、酉变换、线性滤波等等,这些变换是具有一定的物理意义的,图像处理办法就是基于这些变换方法的。

3.1.2 数字化图像的增强方法

从实际景物转换成数字化图像,在图像的生成、变换、甚至传输过程中,由于各种因素的影响,使得图像质量多少会有所降低或称为退化。图像增强的目的就是改善图像的质量。“改善”是指针

对给定的图像的模糊状况以及它的应用场合,有目的地强调图像的整体或局部特性。增强技术包括:扩展对比度、增强图像中对象的边缘、清除噪声或保留图像中感兴趣的某些特性而抑制另一些特性等。增强的目的之一是改善人对图像的视觉效果,让观测者得到直观清晰的,适合于分析的依据。另外,在计算机自动景物分析中,采用增强技术进行预处理,预处理的结果直接影响着机器感知和理解景物的成败。如对于天文 CCD 图像中天体的自动识别等。

图像增强处理的方法基本上可分为空间域处理及频率域处理两大类。空间域处理是在原图像上直接进行数据运算。它又分为两类,一类是在与象元领域有关的空间域进行,称为局部运算,如空域中的卷积运算;另一类是对图像作逐点运算,称为点运算。处理可以是线性的,也可以是非线性的。频率域处理是在图像矩阵的傅立叶变换域上进行修改,增强感兴趣的频率分量,然后再进行傅立叶逆变换得到增强后的图像。到目前为止,图像增强方法还没有统一的理论,而对于图像质量的衡量也主要是以主观判断为标准,因此对某种图像效果较好的增强方法未必适用于另一类图像,一般需要进行大量的实验比较。在这里仅对常用的方法进行一些简单的介绍。

1. 对比度增强

对于已进行过量化的数字化图像,在重建时可以进行对比度的变换,从而突出我们所关心的灰度区间,这种变换可以是线性的,也可以是非线性的,或分段线性的,但这种对比度变换一般需要牺牲一些量化等级,不过对于人眼来讲,对灰度的分辨能力仅仅在 40 个等级左右,因此本身就没有必要将一个 16 比特的图像显示成 65536 个灰度,而且这也是难以办到的,大多数情况下,256 级就已足够了。而这 256 级显示灰度与 65536 级量化等级不同的对应关系就可以实现对比度的增强。如线性开窗显示就是仅对图像

中某一部分量化等级进行显示,而对数或指数显示则是非线性的对应关系,利用对数变换可以对低灰度区进行较大的扩展。而指数变换则可以对高灰度区进行扩展。

另一种有效的对比度变换是直方图修整法。直方图表示数字图像中每一量化级与其出现频数(该量化象元数目)之间的统计关系。用横坐标表示量化级,纵坐标表示频数,直方图能给出该图像的概貌性描述,如图像的量化级范围、每个量化级的频数和量化级分布、整幅图像的平均明暗和对比度,由此可得出进一步处理的重要依据。一般来讲,大多数自然图像的均匀量化级分布集中在较窄的区间,引起重建后图像细节不清,采用直方图修整后可使图像重建时灰度分布均匀,从而增大反差,使图像细节清晰,达到增强的目的。

直方图修整法通常有直方图均衡化和直方图规定化两类。直方图均衡化是在重建时将出现频度较低的量化值对应于同一重建值,从而使重建值的直方图趋于均匀。这种方法的基本思路是:认为图像中出现频度多的东西要比出现频度少的东西更重要,因此要尽量保证出现频度多的东西的灰度分辨率。若对频度小的量化比值也感兴趣,则可以采用局部自适应的直方图均衡化方法(Local Adaptive Histogram Equalization)。

有时人们希望增强后的图像的灰度级不是均匀分布的,则可以采用直方图规定化的变换方法,其中一个典型的例子是将直方图双曲线化,这样再通过视觉系统的作用,经眼睛感光细胞的响应,使人的感受有均匀的概率密度分布,即直方图规定化是在视网膜锥状细胞和柱状细胞之后完成的。

局部统计法也是一种常见的对比度增强的方法,其中 Jang - Sen Lee 提出的局部均值的增强方法效果较好。它仅需要在点 (x, y) 周围的一个小区域中统计其局部均值 $\bar{f}_L(x, y)$,则变换后的 $f'(x, y)$ 为:

$$f'(x, y) = \bar{f}_L(x, y) + k[f(x, y) - \bar{f}_L(x, y)] \quad (3.2)$$

它保留点 (x, y) 的局部均值,但对它的局部方差作变动,变化的比率就是系数 k ,当 $k > 1$,图像得到锐化,这类似于高通滤波;当 $k < 1$ 时,图像将被平滑。局部统计增强方法与前两种方法的不同之处在于它实际上是对原始图像进行了变化,而不仅仅是改变量比值和重建值之间的关系,因此增强后的图像可以进一步用非线性或直方图均衡方式来重建。

2. 边缘增强

图像退化过程中最典型的是图像模糊,而在图像的判读和识别中,常需要突出目标的轮廓,需要对图像进行边缘增强,也称为图像锐化。

从数学上看,图像的模糊相当于图像被平均或被积分,因此图像锐化可通过微分运算来进行。微分运算是求变化率,在平坦的地方,变化率小,而在边缘,变化率则大,从而起到图像锐化的作用,在图像处理过程中,最常用的微分方法是进行梯度运算。由于模糊图像的特征各不相同,要锐化它们,所采用的梯度算子应该具有各向同性和具有旋转不变性。

常用的梯度差分法有二种:

$$\begin{aligned} GM(x, y) &= \{[f(x, y) - f(x+1, y)]^2 + [f(x, y) \\ &\quad - f(x, y+1)]^2\}^{1/2} \\ GM(x, y) &= \{[f(x, y) - f(x+1, y+1)]^2 + [f(x+1, y) \\ &\quad - f(x, y+1)]^2\}^{1/2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

由计算出的梯度就可以根据不同的需要生成不同的梯度增强图像。这种锐化方法称为微分法。

图像的边缘与图像频谱中高频分量相对应,因此采用高通滤波的方法就可以使图像边缘变得清晰,实现图像的锐化。

在空域中高通滤波是通过卷积方法来实现的。最常见的冲击

响应方阵为:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

它等效于用拉普拉斯算子增强图像。

在频域中通过选择合适的响应函数也可以达到同样的效果。一个理想的高通滤波器有如下形式:

$$H(u, v) = \begin{cases} 0, & \text{当 } D(u, v) \leq D_0 \\ 1, & \text{当 } D(u, v) > D_0 \end{cases} \quad (3.5)$$

其中: D_0 为预先取的频率域。

在实际工作中,常用的高通滤波器有巴特沃斯高通滤波器、指数形高通滤波器、梯形高通滤波器等。

图像锐化还可借用摄影技术中广为采用的钝掩模法增强图像轮廓。这种方法需要先将图像进行平滑,产生一平滑后的图像 $f_L(x, y)$,对原图像取 $f(x, y) - f_L(x, y)$ 后就得到图像高频部分 $f_H(x, y)$,经过加权后与原图像相加就可增强图像的高频部分,使图像轮廓清晰,即

$$g(x, y) = f(x, y) + k[f(x, y) - f_L(x, y)] \quad (3.6)$$

其中: k 是用于控制高频增强程度的常数。

需要注意的是图像锐化技术不仅能增强边缘等高频分量,也使噪声等高频分量加强了,这是不希望的,因此,为了改善增强的效果,一般先对图像作平滑处理,滤除噪声,再用锐化技术加强边缘。

3. 图像平滑

图像平滑的目的是用于剔除噪声的影响。最常用的图像平滑方法是空域中的卷积或在频域中保留低频的方法。在这里,我们介绍另外一些平滑方法,它们对于一种特定情况是十分有效的。

中值滤波:中值滤波由 Tukey 首先用于一维信号的处理,后来

用于二维图像的平滑中,它对于脉冲干扰及椒盐噪声的抑制效果好,在抑制随机噪声的同时,能保持边沿少量模糊。中值滤波法是针对一个滑动窗口内的所有象元按灰度排序,用其中值代替窗口中心象元原来灰度,因此这是一种非线性的图像平滑。平滑程度是由窗口尺寸的大小来表现的,窗口尺寸愈大,平滑效果愈明显。

中值滤波法已有一些快速算法,如 Narendra 提出对图像先作行方向的一维中值滤波,再作列方向的一维中值滤波,可得到与二维中值滤波相近的结果。在天文观测中,CCD 图像上的孤立宇宙线野点就可以通过中值滤波的方法进行有效的剔除。

局部统计滤波法:由于人的视觉对平坦区噪声比边沿噪声敏感得多,而且在进行图像平滑的同时也并不想将边沿也平滑掉,因此可以采用一种局部统计的滤波方法,通过计算一个点 (x, y) 周围小局部的平均值和方差,以确定这个小局部是否平坦,并将平滑程度和这个方差联系起来,从而达到对于大方差的地方进行小平滑的目的,即:

$$\begin{aligned} f'(x, y) &= \bar{f}_{x,y} + k(x, y)[f(x, y) - \bar{f}(x, y)] \\ k(x, y) &= Q(x, y) / [Q(x, y) + \sigma^2] \end{aligned} \quad (3.7)$$

其中: σ 为噪声方差; $\bar{f}(x, y)$ 和 $Q(x, y)$ 分别为局部均值和方差。

此外,自适应滤波法、 σ 滤波法、KD 滤波法等在某些情况下都是有效的局部平滑方法,它们都有各自的特点,并从不同的角度来思考和解决一些问题,应用范围也就不尽相同。

除了对比度变换、图像锐化、图像平滑等方法,图像增强的手段还有伪彩色和假彩色处理,它们的目标都是用于改进图像的被识别能力,若想通过图像增强方法来改进被测量物理量的精度是不行的。

3.1.3 数字图像的复原

图像复原是要尽可能地恢复被退化图像的本来面目,因此,它

需要弄清退化的原因,建立相应的数学模型,并沿着使图像降质的逆过程复原图像。图像退化的典型表现为图像模糊、失真、有噪声等,而其原因很多,有大气湍流效应、摄像设备中光学系统的绕射、传感器特性的非线性等等,它们的因素众多而且性质不同,目前又无统一的复原方法,许多人根据不同的物理模型、采用不同的退化模型、处理技术和估计准则,从而导出多种复原方法。

一般来讲,图像的生成过程可简单地表示成:

$$g(x, y) = Hf(x, y) \quad (3.8)$$

其中: $f(x, y)$ 为成像物体; H 是隐含成像系统所有重要性能的一个算子; $g(x, y)$ 为生成的图像。在图像复原中, $f(x, y)$ 可以理解为原始图像, $g(x, y)$ 为退化后的图像,而 H 称为点扩散函数,它综合了所有退化因素。如果成像是线性的,并考虑加性噪声,那么退化图像可表示为:

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + n(x, y) \quad (3.9)$$

这样可把图像复原问题看为已知退化图像 $g(x, y)$ 、有关点扩散函数 $h(x, y)$ 的先验知识和有关噪声 $n(x, y)$ 的一些统计性质,对原图像 $f(x, y)$ 去估值,使估算出的图像尽可能接近真实的 $f(x, y)$ 。

图像复原一般是在频域上进行的。对(3.9)式进行傅立叶变换,有:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (3.10)$$

其中: $G(u, v)$ 、 $H(u, v)$ 、 $F(u, v)$ 和 $N(u, v)$ 分别是 $g(x, y)$ 、 $h(x, y)$ 、 $f(x, y)$ 和 $n(x, y)$ 的傅立叶变换。

从而:

$$\begin{aligned} F(u, v) &= [G(u, v) - N(u, v)]/H(u, v) \\ \hat{f}(x, y) &= FFT^{-1}[F(u, v)] \end{aligned} \quad (3.11)$$

由于 H 出现在噪声项的分母里,在傅立叶频域中,当 H 很小或等于零,而 N 不等于零或不是对应很小时,则噪声将被放大,也

就是(3.9)式积分方程是病态的。它意味着退化图像中小的噪声干扰在 $H(u, v)$ 取小值的那些频谱上将对复原的图像产生很大的影响。由光学分析可知,许多转移函数是会变得很小或等于零,因此任何图像复原方法的一项重要考虑就是当 H 存在病态时,如何控制噪声对结果的骚扰。

最简单的图像复原方法是直接利用(3.11)式,对于病态的改进方法可采用人工修补的方法,将 $H(u, v) = 0$ 的那些频谱点及其附近人为地仔细设置 $H^{-1}(u, v)$ 的值,使得在这些频谱点附近 $N(u, v)/H(u, v)$ 不会产生太大的影响,另一方法是考虑到转移函数 $H(u, v)$ 的带宽比噪声的带宽窄得多,其频率特性具有低通特性,因此当 $(U^2 + V^2)^{1/2} > D_0$ 时,可令转移函数的倒数为零。

由于有放大的噪声混在复原的图像当中,使得 $\hat{f}(x, y)$ 和 $f(x, y)$ 有较大差别,在不知道 $f(x, y)$ 的先验知识的情况下,假定图像信号近似地看作平稳随机过程,而按照使 $f(x, y)$ 和 $\hat{f}(x, y)$ 之间的均方误差 e^2 达到最小的准则来实现图像复原,即:

$$e^2 = \min E \{ [f(x, y) - \hat{f}(x, y)]^2 \} \quad (3.12)$$

式中 E 表示取均值。这一复原方法称为维纳滤波复原。

按(3.12)式可推导满足要求的转移函数为:

$$H_w(U, V) = \frac{\overline{H(u, v)}}{|H(U, V)|^2 + S_p(U, V)/S_f(U, V)} \quad (3.13)$$

其中: $\overline{H(U, V)}$ 为 $H(U, V)$ 的共轭复数; $S_p(U, V)$ 和 $S_f(U, V)$ 分别为噪声和图像信号的功率谱。如果在某一频谱区信噪比较高,则 $H_w(U, V) > H(U, V)$, 反之,有 $H_w(U, V) \rightarrow 0$, 从而避免了对噪声过多的放大作用。

维纳滤波的约束条件是均方误差最小。另一种复原方法是功率谱均衡滤波,它的准则是复原图像的功率谱与原图像的功率谱相等,即:

$$S_f(U, V) = S_f(U, V)$$

它的频率响应函数为:

$$H_p(U, V) = \sqrt{1/[|H(U, V)|^2 + S_n(U, V)/S_f(U, V)]} \quad (3.14)$$

一般来讲,功率谱均衡滤波恢复出的图像看起来更舒服些,因此人们更喜欢用功率谱均衡滤波来复原图像,而且对于较低信噪比的图像,用功率谱均衡复原会使图像更锐化些。

这几种方法属于线性图像复原,它的核心在于找到一个传递函数,并且能有效地控制病态效应。另外,还有一些非线性复原方法也发展得很快,如最大后验恢复、最大熵恢复等等。这些方法在天文领域内均有人进行过一些应用研究,并取得了一些良好的结果,尤其在克服大气影响而产生的退化方面,这些方法的研究以及在地面观测图像处理上的应用对地面天文学的发展可能作出的较大的贡献,是一个决不容忽略的领域。

3.1.4 图像信息的压缩

一幅 1024×1024 的 CCD 图像,若 A/D 转换为 16 位,则存贮这幅图像需 16,777,216 个比特,这么大的比特量给图像传输和存储都带来很大的困难,并增加了设备的开销和费用。研究如何在保证图像有一定质量情况下减少它的比特数就称为图像信息的压缩。若原始图像每个像素用 m 比特来表示,压缩编码后图像平均比特率为 n ,则可定义压缩比为 $c = m/n$ 。

图像信息压缩编码在信息论中称为信源编码。信源编码可分为无失真编码和有失真编码两类。目前,就图像信息的压缩应用而言,有失真编码比无失真编码得到更多的应用,但对于大量的 CCD 天文图像则要求进行无失真压缩,以保留全部物理信息。

由于在一般图像中存在很大的冗余度,因此图像信息的压缩是可能的。但压缩比能达到多大,除了取决于图像本身的冗余度外,很大程度上还取决于对失真度的可容忍度。对于无失真压缩

要求的天文图像,压缩比在 2:1 左右已经是很好的了,而对于可视电话之类要求很低的图像压缩比可达到 1500:1 以上。

在图像压缩过程中,平均信息量称为图像的熵。香农证明:在没有干扰下一个熵值为 $H(x)$ 的信息源,总可以找到一种编码方法,使其编码平均长度 \bar{L} 与信源的熵值任意接近,即经压缩编码后,编码率平均长度 \bar{L} 以信源熵值 $H(x)$ 为其下限,也就是说,如果编码率平均长度 \bar{L} 小于熵值 $H(x)$ 就一定会产生信源译码失真,就不可能保持信源的全部信息量。

理论上,最佳信息保持编码的平均码长可以无限接近信源信息的熵值,而原始图像数据平均码长 \bar{B} 总是大于或等于其熵值,因此可定义冗余度为:

$$\gamma = \bar{B}/H(x) - 1 \quad (3.15)$$

定义编码效率 η 为:

$$\eta = H(x)/\bar{B} = 1/(1 + \gamma) \quad (3.16)$$

当经过编码压缩后图像信息的冗余度 γ 已接近于零,或编码效率已接近于 1 时,那么压缩已接近其下限,这称为高效编码。

香农的信息保持编码定理只是指出了理论上无失真压缩的编码长度的极限,但并没有给出如何才能达到或接近这个极限。本节将介绍几种高效编码方法。

霍夫曼编码:“在变字长编码中,对于出现概率大的信息符号编以短字长的码,而对出现概率小的信息符号编以长的码,如果码长度严格按照符号出现概率的大小的相反顺序排列,则平均字码长度一定小于按任何其他符号顺序排列方式的平均字码长度。”这一定理称为变字长最佳编码定理。霍夫曼编码就是利用这个定理进行编码的,它是一种长度不均匀的、平均码长可以接近熵值的一种编码法。

首先,将信源符号按其出现概率大小顺序排列,然后把出现概率最小的两个符号概率相加,合成一个概率,第二步把这个合成概

率看成是一个新组合符号的概率和其它符号再按概率大小顺序排列,再把最后两个概率合成,重复上述做法,直到最后只剩下两个符号的概率为止;完成以上概率相加顺序排列后,再反过来逐步向前进行编码。每一步有两个分支,各赋一个二进制码,可以对概率大的赋以 0,对概率小的则赋为 1。

霍夫曼编码在变字长编码方法中是最佳的,但是它的字长太参差不齐,硬件实现不方便,尤其是译码电路更为复杂,另一个缺点是抗干扰能力差,在存贮和传输过程中,一个比特的误码可能引起不可收拾的传播,因此,大大限制了这种编码方式的实际运用。

对数码:若信源符号出现的概率分布服从幂分布,则用对数编码法可以接近最佳编码。对数码也是一种非等长码,它也是遵照最佳编码定理来进行的,其基本思想是按 0,1,00,10,11,000,001,010,⋯的顺序将所有字码按概率大小进行排列,称为信息比特,然后再在每个字码的每个比特间插入一个延续比特,对同一个码,延续比特是相同的,这样在译码中发现延续比特发生变化时,就表示是不同的字码。对数码的编码效率比霍夫曼码低一些,但它的编码、译码方法比较简单,容易用硬件实现,而且抗干扰能力也比较强。

双字长编码:双字长码只有两种码长,它也叫准可变字长码。对出现概率高的符号用短码字,出现概率低的符号用长码字。短码字中留下一个码字不用,作为长码字的前缀部分。要识别的码字越多,码长越大。如 3/6 码可以表达 15 个符号,而 4/8 码可以表达 31 个符号。双字长编码压缩比不如霍夫曼码,但用硬件实现较容易,抗干扰能力也远比霍夫曼码强,是一种次最佳编码方法,这一方法在电视信号编码中得到较多应用。

有些图像并不要求十分精确地保证每象元的值,而且有些图像本身就有较大的噪声,因此有些失真是可以容忍的。在图像压缩中,如果允许有限的失真,那么压缩比可以大大的提高。可以用

几种方式来衡量失真度,如均方误差、绝对误差、频率加权误差等等。一般有失真压缩是通过正交变换编码来进行的。

正交变换编码是不直接传送图像的亮度信号,而是把它先进行某种正交变换,用变换系数编码后再传送,然后在接收端收到变换图像后,需进行反变换恢复原信号。

变换编码之所以能压缩信息的比特数,这是因为正交变换后,一般数值较大的方差总是在低频率区内。这样可以给那些小幅度系数分配很小的比特数,甚至可以不传送,从而压缩了传送的比特数。可以看出变换本身不过是使信息分布在变换域中变得集中起来,为合理地分配比特数提供了依据。

变换编码能压缩信息,还可以从图像相关性来理解。图像象元之间总存在着一定相关性,一些象元值是可以由周围象元推算出来的,这表示图像之间存在冗余度。相关系数越大,冗余度就越大,压缩的可能性就越大。通过正交变换,可使其系数之间相关性降低到很小,甚至不相关,从而达到数据压缩的目的。

最佳的正交变换是 KLT 变换,首先它变换后的导数是互不相关的,即已全部解除了原图像的相关性,其次,数值较大的方差只在少数系数中出现,能量高度集中,但是 KLT 变换却难以实现。DCT 是一种次最佳变换,它的压缩效果非常接近 KLT 变换,而且有快速算法,它既可用 FFT 计算,也可直接作流程图进行快速 DCT 计算。近年来,随着计算机技术的发展,它们越来越受到人们的重视。

图像压缩技术是非常诱人的,将这一技术引入天文领域是十分有意义的,尤其对于天文测量工作所获得的大量资料,如果不采用压缩技术是不大可能长久地保存原始资料的。

除了图像的增强、复原、压缩等技术以外,图像处理还包括图像识别、三维重建等等,可以认为,若将这一系列技术全面用于天文工作,包括天体测量工作,那将对这些工作起到很大的推动

作用。

3.2 天文 CCD 图像特点及预处理方法

天文 CCD 图像的主要内容是星场,从分析望远镜和探测器成像过程以及误差来源可以得到一些天文 CCD 图像的基本特性。

3.2.1 长曝光的光学传递函数

对于天体测量 CCD 观测而言,都是使用长曝光的观测方式,一般在几十秒以上,天体透过不均匀的大气层和望远镜的成像过程,可以用线性理论以传递函数的方法来表征。经常性的湍流运动使大气不均匀,致使瞬时的光束波前随时间涨落,为了记录各个瞬时的成像状态,必须用百分之一秒或更短的曝光时间,并且相应地采用短时间曝光的光学传递函数表示系统特性。长时间曝光对大气涨落效应起平均作用,其点扩散函数比短曝光项更扩展,光强起伏更为平缓,但它的空间分辨率要低些。

通常长曝光的点扩展函数可以表达为一个高斯函数:

$$H(x, y) = \frac{1}{2\pi R^2} \cdot \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{2R^2}\right] \quad (3.17)$$

其中: R 与大气条件有关,天文上常使用大气视宁度 Seeing 来表征大气条件,Seeing 代表的是 $H(x, y)$ 的峰值一半时的星像宽度 (FWHM),大气条件越好,Seeing 值越小。FWHM 与 (3.17) 中 R 的关系为:

$$\text{FWHM} = 2\sqrt{2\ln 2} R \approx 2.36 R \quad (3.18)$$

对于恒星,通常可以认为是无限远的一个点光源,在望远镜之前由于大气的影晌使之形成与 (3.17) 式类似的卷积后的分布函数,可以表达为:

$$I(x, y) = \delta(x - x_0, y - y_0) H(x, y) \sum I \quad (3.19)$$

其中: $\delta(x - x_0, y - y_0)$ 为冲击函数, 即

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0, y - y_0) dx dy = \begin{cases} 1, & \text{当 } x = x_0, y = y_0; \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

ΣI 为星像的总光强。则:

$$I(x, y) = \Sigma \frac{I}{2\pi R^2} \cdot \exp\left\{-\frac{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]}{2R^2}\right\} \quad (3.20)$$

可见长曝光的星像在望远镜前的分布为二维高斯分布, 从统计光学的角度讲, 这是一个高斯随机过程。

高斯随机过程有如下特性:

(1) 高斯过程的全部统计性质由其一阶和二阶统计性质决定, 即它的高阶统计特性可以通过一阶和二阶统计性质来表示。

(2) 一个高斯过程若为广义平稳, 则必为严格平稳。

(3) 高斯过程通过线性系统后仍为高斯过程。高斯过程具有某种经久性, 在通过线性系统后, 虽然分布的参量发生变化, 但过程的高斯特性不变。

望远镜的成像可以认为是一个夫琅和费圆孔衍射问题, 其强度分布可以用一阶贝塞耳函数来表示:

$$I(\theta) = I_0 \left[\frac{2J_1(x)}{x} \right]^2 \quad (3.21)$$

其第一级衍射环的角半径为

$$\Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (3.22)$$

3.2.2 光噪声统计特性^[2]

光学问题中是存在噪声的。所谓噪声应是指对于某一物理量的理想值或其期望值的随机偏离, 这种偏离是不可避免的, 也不能人为地加以控制。关于噪声统计性质的研究, 在物理学, 特别是信息科学中有着重要的地位。光学系统归根到底其任务是传递光信息, 所以可统称为光信息系统。一个光信息系统大体包括三个部

分:输入端 O(物信号或光信息源),变换系统 S 和输出端 D(像信号或数据)。此外在输入、输出端之间还存在传输媒介。其中变换系统 S 为常规光学系统时,由于其材料十分均匀稳定,且表面非常规则,所以一般认为它不产生噪声。而输出端 D,在这里可以认为是 CCD 器件,它所产生的噪声源在下节中讨论,本节中仅考虑输入端 O。

实际光源的发光机制是遵循统计规律的,对输入端的物体而言,它的任一面元射出的瞬时光强都在作无规则起伏,因此,就信号而言,其瞬时光强也不能看为理想信号。也就是说客观上不存在一种以函数形式出现的信号源。

光注入光敏区产生信号电荷的过程,可以看作独立的、均匀的、连续发生的随机过程。单位时间内光产生的信号电荷数目并非绝对不变,而是在一个平均值上作微小波动。这一微小的起伏便形成噪声,对于可见光而言,这一噪声的概率分布服从泊松分布。所以整体而言,光信号从发射到转换成光电子是一双重泊松过程。探测器本身的时间响应是有宽度的,而入射窗的面积也是有限的,这两种因素对光强瞬时分布在时间和空间上进行了平均,从而,对于暗信号可用一阶的泊松过程来表示,如以 k 表示单位时间内激发的信号电子数, $P(k)$ 表示相应的概率,其表达式为:

$$P(k) = \frac{\bar{N}}{k!} \exp(1 - N), k = 0, 1, 2, 3 \cdots \quad (3.23)$$

其中: \bar{N} 表示 k 的平均值,即:

$$\sum_{k=0}^{\infty} k P(k) = \bar{N} \quad (3.24)$$

可以证明:对于泊松分布,均方根差值等于平均值的平方根,即:

$$\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} (k - N)^2 P(k)} = \sqrt{\bar{N}} \quad (3.25)$$

所以泊松噪声的均方值为:

$$(k - \bar{N})^2 = \bar{N} \quad (3.26)$$

即其方差等于其数学期望。

由中心极限定理可知,当 k 很大时,泊松分布可以用高斯分布代替,所以对于强光源来讲,光噪声服从 (\bar{N}, \bar{N}) 的高斯分布。

光噪声的一个重要性质是与频率无关,在很宽的频率范围内都有均匀的功率分布,而其噪声功率等于信号幅度,与信号本身有极大的关系。它决定了一个探测器的极限,即使用一个理想探测器,也不可能消除它们。可以看出:光信号越强,虽然噪声绝对值越大,但反过来信噪比也越高,它们都等于 $\sqrt{\bar{N}}$,这也就是亮星的测量精度要高于暗星的一个原因。

3.2.3 CCD 器件噪声

关于 CCD 器件噪声来源及其物理机制在上一章中已进行过讨论,本节仅从其对生成图像的影响方面进行一些讨论。

首先是读出噪声,这一噪声是典型的加性噪声,它服从高斯分布,其标准差即为读出噪声的值。其次是 CCD 不均匀性以及平场改正的不完善性所带来的噪声。不均匀性反映的是每个象元灵敏度的不一致,它与信号是乘积关系,是一个乘性噪声,而不均匀性本身也是服从高斯分布的。

CCD 采样是离散的,一个象元所收集到的光电子是在曝光时间内这一象元面积上所有光子激发的电子积分,但在 CCD 坐标上将其看为某一点的采样值,这种面与点转换会带来一些差异,而这种差异对一个星像轮廓的影响来讲并不是完全随机的,与星像中心位置离象元边界距离有关。

A/D 转换也会带来一些误差,即量化误差,例如对于一个饱和电子数为 $3.5 \times 10^5 e^-$ 的 CCD,采用 16 位的 A/D 转换,则一个 ADU 代表 $5.3 e^-$,就会产生 1 个多电子的截断误差,这与 $5 e^-$ 左右的读出噪声相比已是一个不可忽略的量。

CCD 还有一些其它的噪声源,它们难以用数学方式进行描述。

3.2.4 CCD 图像的计算机模拟

为了研究一些图像处理方法的可行性和分析其优缺点,可以采用处理模拟图像的方法,模拟方法的可信程度依赖于对实际现象的近似程度,一般来讲,对于普遍性的现象是可以模拟得很好的,对一些偶然的、无规则的现象无法模拟,从统计角度而言,模拟方法还是可信的。

通过前几小节的分析,对于天文 CCD 图像可以按两步进行模拟,首先是无噪声星像的模拟,然后再加上各种噪声。

星像的模拟主要是确定 ΣI , 一台望远镜收集 m 星等的白光光子数近似地表示为:

$$S = \frac{\pi}{4} D^2 T_{\text{大气}} T_{\text{光学}} \Delta\lambda \Delta T \bar{S} (2.512)^{-m} \quad (3.27)$$

其中: D 为望远镜的口径; $T_{\text{大气}}$ 、 $T_{\text{光学}}$ 分别为大气和光学系统的消光系数; $\Delta\lambda$ 、 ΔT 为波段宽和积分时间; \bar{S} 为目标在所探测波段每厘米²·秒·埃所发射的光子数。

取 $T_{\text{大气}} = T_{\text{光学}} = 0.7$, $\Delta\lambda = 3000$ 埃, 对于 A_0 型 20^m 的恒星, $\bar{S} = 900$, 对于 1 米望远镜而言, 每秒钟可收集 104 个光子。

一般来讲, Seeing 取为 $2''$ 。加噪过程可以广义地表达为:

$$I(X, Y) = S(X, Y) + B(X, Y) + N_1 f(S, B) + N_2 \quad (3.28)$$

其中: S 、 B 为星像和背景信号; N_1 为“乘性”噪声, 它与 S 、 B 的函数关系为 f ; N_2 为“加性”噪声; 表达式中的运算均为广义运算符。

从前面的分析可以看出: 与信号有关的“乘性”噪声, 是光的散粒噪声、CCD 不均匀性产生的噪声和采样离散性带来的偏差。“加性”噪声有 CCD 读出噪声、A/D 转换带来的量化噪声, 它们分别服从泊松分布、高斯分布和均匀分布。通过计算机可以产生服从这些分布的随机噪声。

3.2.5 CCD 图像的预处理

CCD 图像由于有一些特有的噪声源,因此在最终使用这些图像之前需要先进行预处理。本节中仅考虑一些与天体测量学有关的预处理。

对天体测量来讲,观测基本上都是在较宽的波段上进行的,一般不用滤光片,或波长很宽的滤光片,所以天空发射线所引起的干涉条纹几乎看不到,可将 CCD 成像过程简化为如下形式:

$$I(t_0, x, y) = \int [Source(t_0, x, y) + Sky(t_0, x, y)] \times flat(t_0, x, y) dt + bias(t_0, x, y) + dark(t_0, x, y) \quad (3.29)$$

其中: I 表示观测后 CCD 探测器的二维输出; t_0 为观测时刻; 右方的 $Source$ 和 Sky 分别代表单位时间内采集到 CCD 窗口的天体和天光背景辐射的强度; $flat$ 反映了 CCD 芯片本身的量子响应函数分布, $bias$ 和 $dark$ 分别为本底场和暗场的贡献。

1. 本底场处理

本底场是器件在积分时间为零的情况下,所能摄得的一幅图像,相当于测量图像系统的零点分布。一般认为本底场是相当稳定的,因此,在观测的当夜拍摄多幅 $bias$ 图像,求其平均后,将所得的 \overline{bias} 作为当夜使用的本底场,可是现在已经发现就图像结构而言, $bias$ 虽然长期稳定,但仍存在着短时标的系统零点漂移,在几小时的观测当中,漂移可达十几个光电子,因此可以采用内插的方法来得到某一观测时刻的本底场。观测图像是通过减法来扣除本底场的,因而必须使用大量本底场的平均,因为每幅图像均含有读出噪声,要得到多幅 $bias$,工作量也是很大的。

2. 暗场处理

$dark$ 是指关闭望远镜快门, CCD 积分一段时间后暗流分布的

图像。现代 CCD 的暗流很小,但分布是不均匀的,而且某些点是明显的“热点”,暗流很大。暗场也是通过减法来进行扣除的,在积分时间较短的情况下,可用本底场代替暗场。

对于测光工作,bias 和 dark 是必须扣除的,否则它们会与天光背景混在一起,而对天体测量工作而言,尤其是采用修正矩方法,通过门限的设定就可以扣除它们的影响,除非有大量的“热点”。

3. 平场处理

平场 flat 反映了 CCD 灵敏度的不均匀性。当用一完全均匀的光照射在 CCD 上时,每个象元的反应是不一样的,而且与入射光的波段是相关的。在做平场图时,要保证与观测时所用的滤光片等系统完全一致,因为所需要的是不同象元间的光敏比值,考虑到仪器的稳定性,一般地同一系统同一带宽的一夜之间的观测,可以使用一幅 flat。实际上,flat 质量的好坏在很大程度上取决于光源的均匀性。

均匀光源的获得多采用三种方法:一是无亮星天区的天光,二是晨昏的太阳散射光,三是经望远镜观测室圆顶后的灯光的漫反射光。但是第一种方法暗星会对平场有污染,第二种方法必须工作在晨昏时刻,而该时刻光强度变化太快,很难把握,方法三最大缺点是圆顶不可能是一个好的漫反射体。采用大面积反射屏或望远镜内使用积分球光源也许会有很好的改进。

对天体测量而言,这些方法都存在一个问题——均匀光的波段问题。由于用白光观测或宽带观测,无法保证观测天区的波段与作平场时的一致,即使对于无星平场,不同的天区天光的波段可能会不一样,更不用说太阳的晨昏散射光和圆顶漫反射光。我们曾经试验过方法一、二,在银极方向拍摄过一无星天区,10 分钟曝光后仅在视场边缘出现一暗星,但用此天区平场去改正其他天体也没能得到理想的结果,而晨昏时的太阳散射光平场更与希望的结果相差太远。

平场改正通过除法进行的,因而平场中的噪声会十分明显地传入改正后的图像。原则上也是需要大量平场的平均来消除随机噪声,但这在实际中难以做到。

CCD 图像的预处理还包含去条纹、处理“坏象元”等等,一般来讲,预处理过程可表达为:

$$\text{改正后的图像} = \frac{\text{原始图像} - \text{暗场}}{\text{平场} - \text{暗场}} \times (\text{平场} - \text{暗场})$$

可见,无论是平场还是暗场的噪声都会影响改正后的图像。对星像位置测量来讲,噪声是一个十分敏感的问题,因此在进行这些预处理时要十分小心,否则就会将偶然误差转换成系统误差。

3.3 CCD 图像的一维定心方法

天体测量是以测量大量天体的位置为基本目的的,从软件处理方法的角度来看,数字星像的定心技术具有很重要的意义。过去由于仪器原理等方面的限制,处理方法不完善所带来的问题并不突出,但随着 PDS 和 CCD 技术的引进,使得这一问题愈来愈有进一步研究的必要,以使基本天体测量学向着毫角秒的精度迈进。本节和下一节就是探讨定心算法的问题。在实践中,我们感到处理方法和原理不同固然有不同的结果,而同样原理在细节上的一致,同样会产生较大的差异,因此对细节问题应给予足够的重视,力争使这些方法具有更好的操作性。

CCD 图像是二维的,计算星像的中心位置也应是在二维平面上进行,但是通过计算边缘分布的方法,可以将其化为一维进行归算。在这一节中就采用了这一方法,它可以简化处理过程,并且也有较多的方法可供比较。

星像中心的定义是一个复杂的问题。例如,在平面几何中,三角形就有重心、垂心、内心、外心等多种“心”,每种都可以解释为一

种“中心”,并且有明确的物理意义,但在大多数情况下彼此并不重合。幸好在天体测量中大部分关心的是内部符合,系统性的偏差可以用统计比较的方法加以解决,因而在实际测量中必须采用统一定义的“中心”,即采用统一的归算方法,系统才是稳定的,而不同处理方法之间进行比较时,必须考虑系统的差异。从本节里所使用的几种处理方法中,就可以看出它们在物理意义上是不同的。

3.3.1 边缘分布^[3]

从(3.20)式中可以看到,星像的分布是一个二维联合高斯分布。联合分布是联合随机变量 U 、 V 作为一个整体的概率分布。但是 U 、 V 作为随机变量,各自也有概率分布函数和概率密度函数。概率分布函数 $F_U(u)$ 和 $F_V(v)$ 分别称为二维随机变量 U 、 V 关于 u 和 v 的边缘概率分布函数,概率密度函数 $P_U(u)$ 和 $P_V(v)$ 分别称为二维随机变量 U 、 V 关于 u 和 v 的边缘概率密度函数,由 U 、 V 联合分布,可求出关于 U 和关于 V 的边缘分布:

$$\begin{aligned} P_U(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} P_{UV}(u, v) dv \\ P_V(v) &= \int_{-\infty}^{\infty} P_{UV}(u, v) du \end{aligned} \quad (3.30)$$

对于标准高斯分布 $N(a_1, a_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$, 可以证明边缘分布都是一维高斯分布:

$$\begin{aligned} P(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{(x - a_1)^2}{(2\sigma_1^2)}\right] \\ P(y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left[-\frac{(y - a_2)^2}{(2\sigma_2^2)}\right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

考虑到大气点扩散函数的对称性,对于(3.20)的分布,有 $\sigma_1 = \sigma_2$, $a_1 = x_0, a_2 = y_0$ 。

一个二维联合分布可以由(3.31)式唯一地求得其边缘分布,但是逆定理并不成立,边缘分布反过来并不能唯一确定联合分布,从(3.31)式中可看到它们并不含有 ρ 项,它反映了 x 和 y 变化的相关性。还值得一提的是:两个边缘分布都是高斯分布的二维随机变量,它们的联合分布不但不唯一确定,而且还可能不是一个二维高斯分布。从信息角度上考虑,边缘分布的计算实际上是损失了一些信息的。

在本节中考虑的算法均是一维定心方法,也就是在作了边缘分布后,再分别根据 $P(x)$ 和 $P(y)$ 来计算 x_0 和 y_0 。对于离散的二维分布,可用求和的方式来代替积分,则 x 和 y 的边缘定义为:

$$\begin{aligned} M(x) &= \sum_y I(x, y) \\ M(y) &= \sum_x I(x, y) \end{aligned} \quad (3.32)$$

为了讨论方便起见,本节中只讨论 x 方向,而 y 方向的讨论是完全类似的。

3.3.2 高斯拟合法

由于二维高斯分布的边缘分布是一维高斯分布,则由(3.32)式计算出的 $M(x)$ 也应是一个高斯分布。最自然的想法当然是采用一个具有平坦背景的对称高斯函数来拟合 $M(x)$,这一方法是处理数字化照相星像所推荐的算法,基本条件方程为:

$$M'(x) = B + H \exp \left[\frac{-(x - x_0)^2}{2R^2} \right] \quad (3.33)$$

其中: $H = \frac{\sum I}{\sqrt{2\pi}R}$ 反映的是星像的峰值高度。在这一方程中需求解的参数有四个: B 、 H 、 x_0 和 R , 对天体测量来讲,首先关心的是 x_0 。采用这一方法必须要求星像轮廓大于 4 个象元,否则无法运用最小二乘法求解。对于这样一个非线性的法方程组,一般采用牛顿迭代法进行运算,先将其用泰勒展开化为线性,再迭代求解。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial M'(x)}{\partial B} &= 1 \\
 \frac{\partial M'(x)}{\partial H} &= \exp\left[\frac{-(x-x_0)^2}{2R^2}\right] \\
 \frac{\partial M'(x)}{\partial x_0} &= H \exp\left[\frac{-(x-x_0)^2}{2R^2}\right] \frac{x-x_0}{R^2} \\
 \frac{\partial M'(x)}{\partial R} &= H \exp\left[\frac{-(x-x_0)^2}{2R^2}\right] \frac{1}{R^3}
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

对于星像位置测量,可要求当 $|\Delta x_0| < 0.001$ 时,停止迭代过程。这一方程组的收敛还是比较快的,而且初始值可以从 $M(x)$ 中估计出来。

高斯拟合法是有明显的物理意义的,其测量精度由星像分布与高斯函数的相似程度来决定,它所测量的中心是高斯函数的 x_0 ,这一方法可同时求出 B 、 H 和 R ,也就是可以同时得到天光背景、星像的光度和星像宽度,因此这种方法也是天体物理中采用的方法之一。

3.3.3 修正矩方法^[3]

矩方法也称为重心法。星像中心等于是边缘分布的一阶矩。这种方法需要先进行天光背景的改正,基本方程如下:

$$x_0 = \frac{\sum x[M(x) - B]}{\sum [M(x) - B]} \tag{3.35}$$

可以用较外边的边缘分布端点的平均值作为背景水准 B 。这种方法的精度远不如高斯拟合法,特别是对背景记数水平 B 的测量极为敏感,因为位置偏离星像中心各点在求解中是以它的距离为权进行的。

为了克服上述矩方法的缺点,Stone 提出修正矩方案,使其对天空背景水平的敏感性大为减少,在这一方法中,背景大多数的记录数据将依据一个高于背景的门限水平而有效地消除掉。在定心

过程中,只有高于此门限的数据才被考虑。当确定了背景 B , Stone 用下式来修正各个象元的计数值:

$$\begin{cases} M'(x) = M(x) - B & \text{当 } M(x) > T \\ M'(x) = 0 & \text{当 } M(x) < T \end{cases} \quad (3.36)$$

其中: $T = B + 3\sigma$,

门限 T 取为高于平滑背景 3σ 值, σ 为背景的标准差, 可以通过测量 B 时予以确定。

但可以看出, 使用下式来确定每个象元的计数值会更好一些:

$$\begin{cases} M'(x) = M(x) - T & \text{当 } M(x) > T \\ M'(x) = 0 & \text{当 } M(x) < T \end{cases} \quad (3.37)$$

虽然 T 和 B 之间仅有 3σ 的差, 但依然是不一样的。如图 3.1 所示, 若仅仅减去 B , 那么所求的星像中心为阴影 N 与信号 S 两者中心的加权平均值, 其权重分别为 N 和 S 的面积, 由于采样离散性及信号 S 分布并非严格对称, N 和 S 的中心不一定重合, 这些就会产生一个随着 N 面积以及 S 中心与象元边界距离而变化的误差。

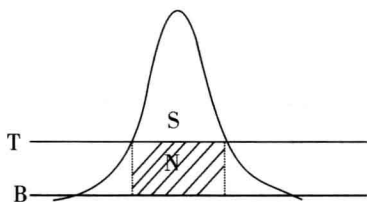


图 3.1 门限 T 与背景 B 的比较

对数据采用门限处理后, 基本上消除了天空记数的 99.7%, 这时即可用一般重心公式来确定星像中心:

$$x_0 = \frac{\sum x M'(x)}{\sum M'(x)} \quad (3.38)$$

这种方法在门限处理过程中是以丧失星像边缘的某些记录为代价的,就定心精度而言,丧失的星像数据可以不计,除非是非常接近背景的星像,门限的引入大大提高了矩方法的精度,而且保持了矩方法简单的特点。美国海军天文台设于新西兰的 7 英寸的子午环在资料的实时处理中就采用这一方法。

这一方法本身并不要求星像是高斯分布的,其测量的中心是星像的重心位置,通过(3.38)式只能得到位置参数,而无法估计光度信息,这是这一方法的缺陷。

3.3.4 中值法^[3]

中值法是一种分割方法,它所定义的星像中心 x_0 为将星像记录数据分成两半时的值,也就是在 x_0 左右星像轮廓所包含的面积相等,因此也称为面积相等法。这种方法实际上是要求星像在中心 x_0 左右的零阶矩相等,它对边缘数据的野点不敏感。

实际运用时,首先计算累积分布函数 $Q(x)$:

$$Q(x) = \sum_0^x M(x) \quad (3.39)$$

高斯函数的累积函数分布如图 3.2。中值法就是在此曲线上搜索 x_0 值,使得:

$$Q(x_0) = \frac{1}{2} (Q_{\max} - Q_{\min}) \quad (3.40)$$

在扣除天光背景后, $Q_{\min} = 0$,显然满足条件的 x_0 值不会是一个整数,因此只能求得 x_1 点和 x_2 点,使得:

$$Q(x_1) < Q(x_0) < Q(x_2)$$

然后用内插法求得 x_0 值。

内插可以采用多种形式,但本质是一样的。若采用线性内插,则:

$$x_0 = x_1 + \frac{[Q(x_2) - Q(x_1)]}{[Q(x_2) - \frac{Q_{\max}}{2}]} \quad (3.41)$$

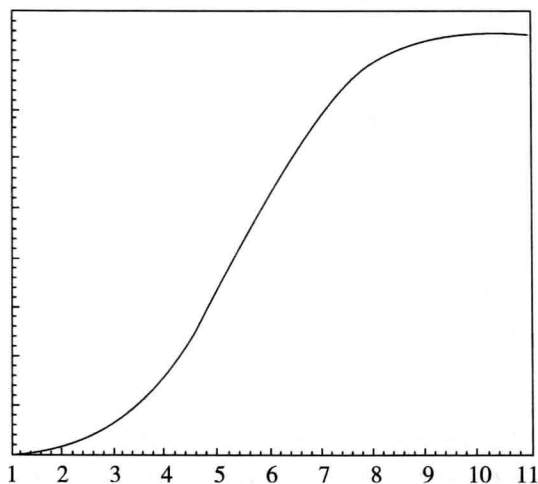


图 3.2 高斯分布的累积函数分布

中值法对象元尺寸以及星像中央部分记录数据的噪声是极为敏感的,它们直接影响内插的精度。对于泊松噪声而言,星像值中心部分的噪声的绝对量是大于其它部分的。

中值法所定的“中心”仅在对称星像时,才与前两种方法所定的“中心”是一致的,它也仅能测定位置参数。这一方法在天体测量光子计数资料的处理中也有很广泛的应用,其算法是较容易实现的。

3.3.5 寻导法^[3]

寻导法是指从星像分布函数上去寻找星像中心位置。它所定的星像中心是星像的极大值点,即导数为零的点。

一维高斯函数对 x 的导数为:

$$f(x) = H \exp[-(x - x_0)^2 / (2R^2)] (x_0 - x) / R^2 \quad (3.42)$$

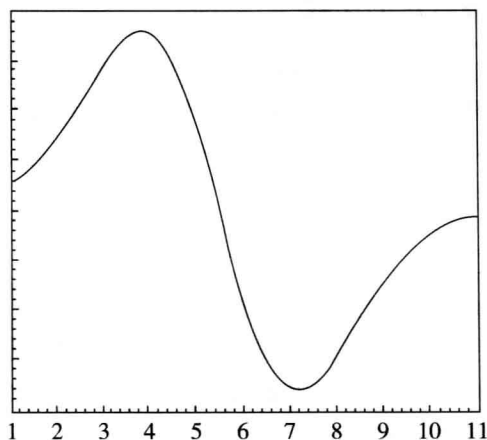


图 3.3 一维高斯函数的导数

如图 3.3 所示,当边缘分布确定下来后,可以运用下面的数值微分公式来确定边缘分布记录的平滑导数 $G(x)$:

$$G(x) = \frac{1}{2} [M(x+1) - M(x-1)] + \frac{1}{4} [M(x+2) - M(x-2)] \quad (3.43)$$

这实际上是用五点二次曲线拟合进行求导而得到的。然后去寻找导数序列的最大和最小值,利用最小二乘法以某种曲线拟合两个极值之间的点,曲线在 x 轴上的截距,即为星像“中心”。

严格地讲应当用(3.42)式去拟合这条曲线,但这样又回到一个非线性拟合问题上,而且要比高斯拟合法更为复杂,失去了寻导法的特点,为了有较高的效率,可直接采用线性方程去拟合,考虑到高斯函数的对称性,这种近似是可以接受的。

寻导法仅仅应用了星像的中央部分,当星像较暗时,或采样间隔较大时,可利用的数据量太小,不可能有很高的精度。

3.3.6 几种方法的比较

通过对计算机模拟的 CCD 图像中的星像进行位置测量,可以对上述几种算法进行一些比较,CCD 读出噪声和天光背景的泊松噪声在每象元上的贡献定为 10 个计数值,星像的亮度采用星像峰值高度的计数 I_{\max} 来表示:

$$I_{\max} = \frac{\sum I}{2\pi R^2} \quad (3.44)$$

分别模拟不同的信号强度,每次均采用 50 次模拟,其噪声的统计特性是一致的,而具体分布不同。按四种定心方法分别计算后,其中心位置与无噪声星像的理论值的平均偏差就定义为这一方法在某种星像和噪声条件下的单次测定精度。由于星像轮廓是中心对称的,因此用这四种方法计算得到的位置,理论上应是一致的。由于主要关心的是各种算法彼此间的差异,只要求各种条件是相同的,而这些条件本身的物理意义并不重要。

比较的结果如图 3.4 所示,横坐标为 I_{\max} ,纵坐标为单次测量精度,单位为 CCD 象元宽度。

从图中可以看出,从精度角度而言,这四种方法的排列顺序为:高斯拟合法最好,其次是修正矩法,中值法,最次的是寻导法。寻导法还有一个明显的问题,随着星像亮度的增加,单次精度却收敛于 0.08 pixel。对于其余三种方法,在亮星方面,它们的差异很小,而在暗星方面,区别就较为明显。一般而言,暗星的测量精度对评价一个处理方法的好坏更为重要。

修正矩方法无论对暗星还是亮星,与高斯拟合法的差距小于 0.5% 象元,但若不采用门限修正,原始矩方法的结果与高斯拟合法的差别会大到 5% 象元以上,可见门限的设定大大提高了测量精度。从另一角度来看,高斯拟合法的计算量是十分庞大的,对每个变量先要计算偏微分,再求解四元一次方程组,并进行多次迭

代。而修正矩方法的计算量仅为高斯拟合法的 10%, 因此作为一种高效的处理方法, 可以认为是最佳的。中值法和寻导法在速度方面与修正矩法是基本一致的。

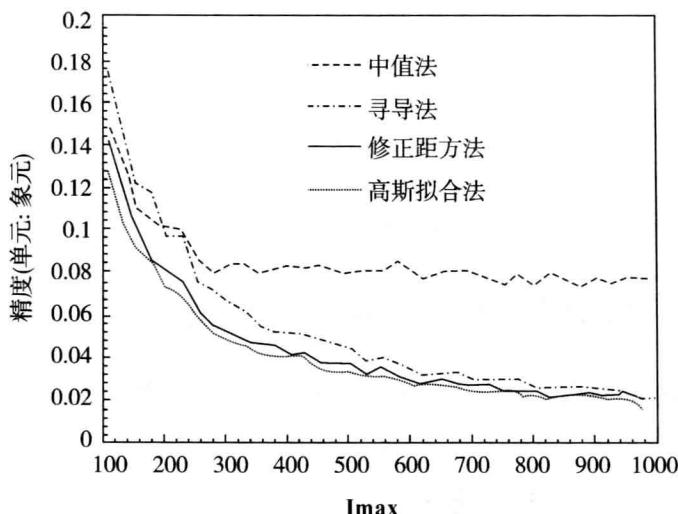


图 3.4 一维处理方法的结果比较

如前所述,这四种定心方法所测得的星像中心位置的物理意义是不一样的,仅在星像是对称分布时,它们彼此才重合。在处理过程中,计算所采用的数据量也是不相同的,尤其是寻导法所使用的数据仅有其他方法的一半左右,这也是寻导法精度最低的原因之一。中值法要求噪声在 x_0 左右零阶矩相等,而矩方法要求一阶矩相等,从理论上讲,中值法要求的噪声分布条件要弱于矩方法,但在最后的内插时,仅仅使用了 x_0 周围的记录,因此精度低于修正矩方法。高斯拟合法要求星像轮廓是高斯分布的,对于非高斯星像,当然也可以进行强行拟合,但它是不稳定的。

在计算边缘分布时,还要考虑星像的修正问题,即扣除远离星像中心的记录数据。这对几种定心方法都是重要的。可以采用削掉 $2.5R$ 以外的数据,修平要求每次定心求解不断迭代直至修平过程收敛,从试验中发现:通常 $2 \sim 4$ 次迭代后就收敛得所差无几了。只有高斯拟合法能直接确定星像半宽,而对于其他的方法可以从边缘分布的二阶中心矩中估计出来:

$$R^2 = \frac{\sum I(x_0 - x)^2}{\sum I} \quad (3.45)$$

上述所有方法并不仅仅对星像边缘分布的处理有效,实际上它还可以用于任意一维序列的轮廓中心的测量。

3.4 CCD 图像的二维定心方法

顾名思义,二维定心方法就是直接在二维图像上进行数据处理,本节讨论二维高斯拟合法和二维修正矩方法。

3.4.1 二维高斯拟合法

高斯拟合法一直被作为星像测量的标准算法,其广义表达式是用 $N(x_0, y_0, R_x, R_y, \rho)$ 来拟合一个高斯曲面,考虑到天光背景 B 的影响,表达式为:

$$I(x, y) = B + \frac{\sum I}{2\pi R_x R_y \sqrt{1 - \rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1 - \rho^2)} \left[\frac{(x - x_0)^2}{R_x^2} - \frac{2\rho(x - x_0)(y - y_0)}{R_x R_y} + \frac{(y - y_0)^2}{R_y^2} \right] \right\} \quad (3.46)$$

一般认为 CCD 成像过程中, x 与 y 是两个独立的随机变量,从而 $\rho = 0$, (3.46) 可简化为:

$$I(x, y) = B + H \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2}{2R_x^2} - \frac{(y - y_0)^2}{2R_y^2} \right] \quad (3.47)$$

其中: $H = \frac{\sum I}{2\pi R_x R_y}$ 。

这一方程含有六个参数(x_0, y_0, B, H, R_x, R_y)。六参数的高斯拟合法就是对(3.47)式中的六个参数全部求解。与 3.3.2 节相比,它更为复杂,求解依然采用牛顿非线性方程组求解方法进行。

对(3.47)式进行泰勒展开:

$$\Delta I(x, y) = \sum \frac{\partial I(x, y)}{\partial q_i} \Delta q_i \quad (3.48)$$

其中: $q_i = B, H, x_0, y_0, R_x$ 和 R_y , 且 $i = 1, 2, \dots, 6$;

$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial B} = 1$$

$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial H} = \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2R_x^2}\right] \exp\left[-\frac{(y-y_0)^2}{2R_y^2}\right]$$

$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial x_0} = H \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2R_x^2}\right] \exp\left[-\frac{(y-y_0)^2}{2R_y^2}\right] \frac{(x-x_0)}{R_x^2}$$

$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial y_0} = H \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2R_x^2}\right] \exp\left[-\frac{(y-y_0)^2}{2R_y^2}\right] \frac{(y-y_0)}{R_y^2}$$

$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial R_x} = H \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2R_x^2}\right] \exp\left[-\frac{(y-y_0)^2}{2R_y^2}\right] \frac{(x-x_0)^2}{R_x^3}$$

$$\frac{\partial I(x, y)}{\partial R_y} = H \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2R_x^2}\right] \exp\left[-\frac{(y-y_0)^2}{2R_y^2}\right] \frac{(y-y_0)^2}{R_y^3} \quad (3.49)$$

$$\Delta I(x, y) = I'(x, y) - I(x, y),$$

$I'(x, y)$ 为在 (x, y) 象元上的 CCD 计算值。

将(3.49)代入(3.48)式进行迭代最小二乘求解,初始值可以通过对星像简单的统计得到:

$$q_{i \text{ new}} = q_{i \text{ last}} + \Delta q_i \quad (3.50)$$

当 $|\Delta x_0| < 0.001$ 并且 $|\Delta y_0| < 0.001$ 时,认为条件满足,退出迭代。

Stone 等人在 USNOFS 的扫描式中天望远镜上就采用了这一归算方法,为了测定每小时 9000 颗星像数据,他们使用一台 DEC 5000/200 的工作站和一台 Silicon Graphics IRIS 4D/340s 图像处理计算机进行资料处理。

3.4.2 二维修正矩方法

高斯曲面拟合计算量太大了,从上一节可以看到一维修正矩方法与一维高斯曲线拟合法在精度上相差不大,所以我们将其引入二维领域,提出二维修正矩方法。

二维修正矩的基本公式如下:

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{\sum \sum x I'(x, y)}{\sum \sum I'(x, y)} \\ y_0 &= \frac{\sum \sum y I'(x, y)}{\sum \sum I'(x, y)} \end{aligned} \quad (3.51)$$

其中:
$$\begin{cases} I'(x, y) = I(x, y) - T, & \text{当 } I(x, y) > T \\ I'(x, y) = 0, & \text{当 } I(x, y) \leq T \end{cases}$$

计算在一个圆形区域中进行。

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \leq R_0^2 \quad (3.52)$$

在这一方法刚刚提出时,我们沿用一维修正矩的门限取值方法:

$$T = B + 3\sigma \quad (3.53)$$

$$R_0 = 2.5R \quad (3.54)$$

其中: R 为高斯半宽。

在对模拟资料的处理过程中,不但这种取值方式对于 $I_{\max} < T$ 的星像无法处理,而且门限的取定亦不是最佳的方案,即取 2σ 、 4σ 或其它的值,有时精度反而更好。从统计的角度去考虑也没有得到对不同亮度星像均适用的一个准则。直观上看,门限 T 的取值不同对对称高斯分布的星像是不起作用的,因为在 T 以上星像轮

廓依然是对称的,所以在云台 1 号 CCD 的单星测光程序 SSPHOT 中采用 $T = \frac{1}{2} I_{\max}$ 。但实际情况并不是这样的,原因主要在于星像上的噪声分布并不是均匀的,不能保证噪声的重心在任意的区域内与星像本身的重心是重合的。因此从理论推导各种噪声对 T 取值的影响是有意义的。

3.4.3 各种噪声分布对二维修正矩方法的影响

为了方便公式的推导,先不去考虑 CCD 采样的离散性。(3.51)式用积分表达为

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{\iint_D x[I(x, y) - T]dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T]dx dy} \\ y_0 &= \frac{\iint_D y[I(x, y) - T]dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T]dx dy} \end{aligned} \quad (3.55)$$

其中: D 为 $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \leq R_0^2$ 。

若不考虑远离星像中心的野点, T 与 R_0 之间的关系为:

$$T = I_{\max} \exp \left[-\frac{R_0^2}{2R^2} \right] \quad (3.56)$$

因此对这两个参数只需定义其中一个就够了。

经过坐标平移,令 $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, 则 D 为:

$$x^2 + y^2 \leq R_0^2 \quad (3.57)$$

考虑到 x 与 y 的对称性,下面仅推导 x_0 。

若对于每个象元的计数 $I(x, y)$ 含有根方差为 $\Delta I(x, y)$ 的噪声,则对(3.55)式微分有:

$$\begin{aligned}
 dx_0 &= \frac{\iint_D x dI(x, y) dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T] dx dy} - \frac{\iint_D x [I(x, y) - T] dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T] dx dy} \cdot \\
 &\quad \frac{\iint_D dI(x, y) dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T] dx dy} \\
 &= \frac{\iint_D x dI(x, y) dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T] dx dy} - x_0 \cdot \frac{\iint_D dI(x, y) dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T] dx dy} \\
 &= \frac{\iint_D x dI(x, y) dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T] dx dy} \quad (3.58)
 \end{aligned}$$

(3.58)式的积分是在 D 内进行的。 $dI(x, y)$ 以 x 的加权求和, 考虑到误差按平方关系传递, 则

$$\Delta X_0^2 = \frac{\iint_D x^2 \Delta I^2(x, y) dx dy}{\left\{ \iint_D [I(x, y) - T] dx dy \right\}^2} \quad (3.59)$$

这就是噪声对修正矩方法测定星像中心影响的基本方程。

对于高斯分布的噪声 $N(0, n^2)$, $\Delta I(x, y) = n$ 。

对于信号强度为 I 的泊松噪声 $\Delta I(x, y) = \sqrt{I(x, y)}$ 。

由高斯分布的噪声和泊松噪声对 x_0 产生的误差为:

$$\Delta X_{0n}^2 = \frac{\iint_D x^2 dx dy}{\left\{ \iint_D [I(x, y) - T] dx dy \right\}^2} \cdot n^2 \quad (3.60)$$

$$\Delta X_{0p}^2 = \frac{\iint_D x^2 I(x, y) dx dy}{\left\{ \iint_D [I(x, y) - T] dx dy \right\}^2} \quad (3.61)$$

CCD 不均匀性产生的 ΔX_{0f} 为:

$$\Delta X_{0f}^2 = \frac{\iint_D x^2 I^2(x, y) dx dy}{\left\{ \iint_D [I(x, y) - T] dx dy \right\}^2} \cdot \sigma^2 \quad (3.62)$$

其中: σ 为不均匀性的标准差。

对于不考虑天光背景的高斯型星像,有

$$I(x, y) - T = I_{\max} \left\{ \exp \left[-\frac{(x^2 + y^2)}{2R^2} \right] - \exp \left[\frac{R_0^2}{2R^2} \right] \right\} \quad (3.63)$$

则:

$$\begin{aligned} & \iint_D (I(x, y) - T) dx dy \\ &= I_{\max} \left\{ \iint_D \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{2R^2} \right] dx dy - \pi R_0^2 \exp \left[-\frac{R_0^2}{2R^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.64)$$

对于高斯函数,在一维上是不可积的,但对于圆区域的二维高斯函数,化为三角函数形式,利用分步积分是可以求积的。

令 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$

$$\begin{aligned} \iint_D \exp \left[-\frac{(x^2 + y^2)}{2R^2} \right] dx dy &= \int_0^{2\pi} \int_0^{R_0} r \exp \left(-\frac{r^2}{2R^2} \right) dr d\theta \\ &= 2\pi R^2 \left[1 - \exp \left(-\frac{R_0^2}{2R^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$\iint_D x^2 dx dy = \int_0^{2\pi} \int_0^{R_0} r^3 \cos^2 \theta dr d\theta = \frac{1}{4} \pi R_0^4 \quad (3.66)$$

$$\begin{aligned}
 \iint_D x^2 I(x, y) dx dy &= I_{\max} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_0} r^3 \cos^2 \theta \exp\left(-\frac{r^2}{2R^2}\right) dr d\theta \\
 &= I_{\max} 2\pi R^4 \left[1 - \frac{R_0^2}{2R^2} \exp\left(-\frac{R_0^2}{2R^2}\right) - \exp\left(-\frac{R_0^2}{2R^2}\right) \right] \quad (3.67)
 \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}
 \iint_D x^2 I^2(x, y) dx dy &= I_{\max}^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{R_0} r^3 \cos^2 \theta \exp^2\left(-\frac{r^2}{2R^2}\right) dr d\theta \\
 &= I_{\max}^2 \frac{1}{2} \pi R^4 \left[1 - \frac{R_0^2}{2R^2} \exp\left(-\frac{R_0^2}{2R^2}\right) - \exp\left(-\frac{R_0^2}{2R^2}\right) \right] \quad (3.68)
 \end{aligned}$$

将(3.65)、(3.66)、(3.67)和(3.68)代入(3.60)、(3.61)和(3.62),并

令 $\frac{R_0^2}{2R^2} = z$, 化简后则有:

$$\Delta X_{0n}^2 = \frac{Z^2 e^{2z}}{4\pi(e^z - z - 1)^2} \cdot \frac{n^2}{I_{\max}^2} \quad (3.69)$$

$$\Delta X_{0p}^2 = \frac{e^z}{e^z - z - 1} \cdot \frac{1}{2\pi I_{\max}} \quad (3.70)$$

$$\Delta X_{0f}^2 = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{e^{2z} - 2z - 1}{(e^z - z - 1)^2} \cdot \sigma^2 \quad (3.71)$$

以上三式与原来的积分表达式相比已是十分简单的了,它们分别反映了对于一个已知的星像,在某一积分区域 R_0 内,CCD 读出噪声、星像本身的散粒噪声和 CCD 不均匀性对修正矩法测定星像中心位置的影响。它们对修正矩法测定中心位置的综合影响为:

$$\Delta X_0^2 = \Delta X_{0n}^2 + \Delta X_{0p}^2 + \Delta X_{0f}^2 \quad (3.72)$$

将(3.69)至(3.71)式中与 z 有关的项提出,并令:

$$f_n^2(z) = \frac{z^2 e^{2z}}{4\pi(e^z - z - 1)^2} \quad (3.73)$$

$$f_p^2(z) = \frac{e^z}{e^z - z - 1} \quad (3.74)$$

$$f_f^2(z) = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{e^{2z} - 2z - 1}{(e^z - z - 1)^2} \quad (3.75)$$

其中: f_n 为凹函数, 它有两条渐近线:

$$\lim_{z \rightarrow 0} f_n(z) = \infty$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f_n(z) = \frac{1}{2} z \sqrt{\pi}$$

$f_p(z)$ 和 $f_f(z)$ 为单调函数,

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f_p(z) = 1$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} f_f(z) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}}$$

$f_n(z)$ 、 $f_p(z)$ 和 $f_f(z)$ 的图形见图 3.5 和图 3.6。

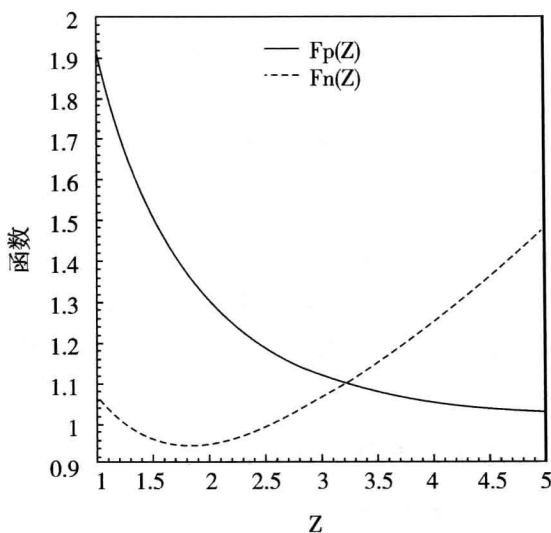
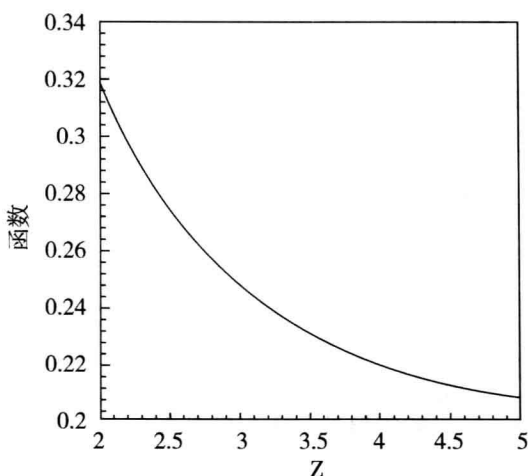


图 3.5 $f_n(z)$ 和 $f_p(z)$ 函数

图 3.6 $f_n(z)$ 函数

从图 3.6 可以看出 ΔX_{of} 的影响是很小的, 由于 σ 一般小于 0.01, 所以 ΔX_{of} 在 0.003 到 0.002 象元之间, 这个影响与星像无关。因此, 可以略去它的影响, 除非 CCD 读出噪声和星像的散粒噪声对 x_0 的影响也是这一量级。

从图 3.5 看出, 对星像的散粒噪声, 要求 Z 愈大愈好, 而对 CCD 读出噪声是有极值条件的。考虑两者兼顾, 最佳的 z 是 $\Delta X_{on}^2 + \Delta X_{op}^2$ 的极值。

3.4.4 二维修正矩方法的理论解

单考虑 $f_n(z)$, 其极小值为:

$$\left. \frac{df_n(z)}{dz} \right|_{z=z_0} = 0 \quad (3.76)$$

即:

$$\begin{aligned}
 e^{z_0} - z_0^2 - z_0 - 1 &= 0 \\
 z_0 &= 1.793 \\
 f_n(z) &= 0.94 \\
 R_0 &= 1.89R
 \end{aligned} \tag{3.77}$$

它定义了 R_0 最小的取值。

$$\text{考虑到 } \Delta X_0^2 = \Delta X_{0n}^2 + \Delta X_{0p}^2 \tag{3.78}$$

则:

$$\Delta f^2(z) = f_n^2(z) \cdot \frac{n^2}{I_{\max}^2} + f_p^2(z) \cdot \frac{1}{2\pi I_{\max}} \tag{3.79}$$

它的极值条件为:

$$\frac{I_{\max}}{n^2} = e^{z_0} \left(1 - \frac{z_0^2}{e^{z_0} - z_0 - 1} \right) \tag{3.80}$$

即 z_0 的取值与 I_{\max} 和 n 有关。顺便要提的是 ΔX_{on}^2 也与 I_{\max} 和 n 有关,即高斯分布的加性噪声影响与星像强度和 CCD 读出噪声有关,而 ΔX_{op}^2 仅与 I_{\max} , (即星像强度)有关。这两点从噪声产生的机制上是可以直观想象的。

对于(3.80)式,其函数形式如图 3.7 所示。

当我们已知星像强度和 CCD 读出噪声时,就可以唯一确定一个 z_0 值,即可得到一个 R_0 的取值点,代入(3.79)就可得到在这种条件下,用修正矩方法测量星像中心位置所能达到的最佳精度。

(3.80)的求解,可采用迭代的方式,也可用某种简单的函数进行拟合,以简化求解过程。

从图 3.5 可以看出,当 $z \geq 2$ 时, $f_n(z)$ 和 $f_p(z)$ 均在 1 附近。因此对于一般情况,可以用下式来近似估计测量精度:

$$\Delta X_0^2 = \frac{n^2}{I_{\max}^2} + \frac{1}{2\pi I_{\max}} \tag{3.81}$$

(3.69)、(3.70)和(3.71)式可以用于估计用任意 R_0 的精度,

如对于用 $\frac{1}{2} I_{\max}$ 作为门限取值,则 $z = \ln 2$,

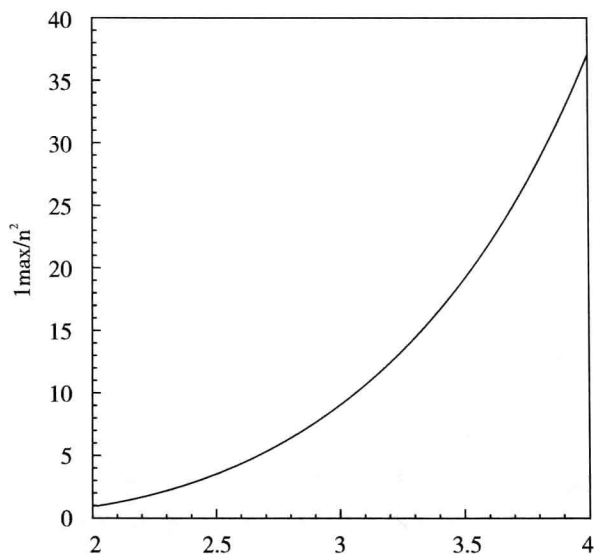


图 3.7 Z 与 I_{\max} 和 n 的关系

$$\Delta X_{0n}^2 = 1.62 \frac{n^2}{I_{\max}^2} \quad (3.82)$$

$$\Delta X_{0p}^2 = 6.25 \frac{1}{2\pi I_{\max}} \quad (3.83)$$

$$\Delta X_{0f}^2 = 0.68\sigma^2 \quad (3.84)$$

显然,离最佳的精度相差极大。

用计算机模拟可以检验上述推导的可靠性,其结果列于表 3.1 中。

表 3.1 不同门限取值的修正方法

$T: \frac{1}{2} I_{\max}$	3σ	T_0	$\frac{n}{I_{\max}}$	$1/\sqrt{2\pi I_{\max}}$	$f(\frac{1}{2} I_{\max})$	$f(T_0)$	I_{\max}
.1315	.1011	.0840	.1000	.0399	.1631	.1077	100
.0787	.0578	.0541	.0500	.0282	.0961	.0574	200
.0740	.0426	.0410	.0333	.0230	.0725	.0405	300
.0595	.0349	.0343	.0250	.0199	.0601	.0320	400
.0489	.0286	.0286	.0200	.0178	.0522	.0268	500
.0428	.0245	.0243	.0167	.0163	.0467	.0233	600
.0373	.0228	.0228	.0143	.0151	.0426	.0208	700
.0363	.0205	.0208	.0125	.0141	.0394	.0188	800
.0350	.0184	.0184	.0111	.0133	.0368	.0173	900
.0325	.0159	.0160	.0100	.0126	.0346	.0161	1000

表 3.1 中第一列为用 $\frac{1}{2} I_{\max}$ 为门限, 第二列为 $T = 3\sigma$, 第三列使用由 (3.80) 计算出的 T_0 , 这三列的值均为多次模拟后的平均单次测量精度。第四、五列分别为 $\frac{n}{I_{\max}}$ 和 $\frac{1}{\sqrt{2\pi I_{\max}}}$ 的值, 它们反映了 CCD 读出噪声和星像散粒噪声的影响, 第六列为用 (3.83) 和 (3.84) 式计算出的用 $\frac{1}{2} I_{\max}$ 为门限的精度, 第七列为采用 (3.81) 计算的结果, 第八列为 I_{\max} 。

可以看出理论计算值与模拟结果是相当接近的。用 $\frac{1}{2} I_{\max}$ 作为门限, 则精度明显地差, 这是由于其门限设定得过高, 而用 $T = 3\sigma$ 和 $T = T_0$ 模拟的结果基本相似, 但在暗星方面 $T = 3\sigma$ 要差一

些,也是门限取值偏高所致,实际上对一亮星, 3σ 的门限要偏低点,但由于亮星的精度本身已相当好了,所以,从模拟数据上看不出差异。比较四、五两列,对于暗星,CCD 读出噪声的影响占主导地位,而对于亮星星像散粒噪声的影响占主导地位。

3.4.5 二维高斯拟合法与二维修正矩方法的比较

由上面三节的分析已得到一种考虑了各种噪声影响后的二维修正矩方法。本节对二维高斯拟合法和二维修正矩方法进行比较,结果如图 3.8 所示,结论是二维修正矩方法要优于二维高斯拟合法。虽然两者差别很小,它们的起伏是基本一致的。

图 3.9 显示了对同样的 $I_{\max} = 1000$ 时,一百次模拟过程中,每次的误差值。两者非常一致,这说明二维修正矩方法和二维高斯拟合法对受同一种噪声分布的影响是一样的,即用高斯拟合法若计算的结果偏大,修正矩方法的结果也偏大,反之亦然。两者之间不存在系统差。

比较图 3.8 与图 3.4,二维处理方法要大大好于一维处理方法。一维处理方法边缘分布是在一个矩形区域中进行的,而二维处理方法是在圆形区域中进行的。考虑星像的圆形分布,显然在圆形区域中进行更为合理,它自然将星像和背景分离开来,也简化了修平过程。

六参数高斯拟合方程所依赖的不是广义的高斯曲面方程,而且对非高斯型星像,如有视面的非对称天体,强行拟合会带来更大的误差。而矩方法不要求星像的分布函数。若从统计意义看,CCD 接收一个光子并将其转换成一个电信号的过程是一个独立的随机过程,那么矩方法得到的是一子样均值,它是母体分布的无偏估计,对于泊松分布和高斯分布它亦是极大似然估计,这些在一般的概率论书上均有详细的推导过程,因此它是有非常明确的统计意义的。任何形式的最小二乘,均要求采样是等精度的,但星像愈

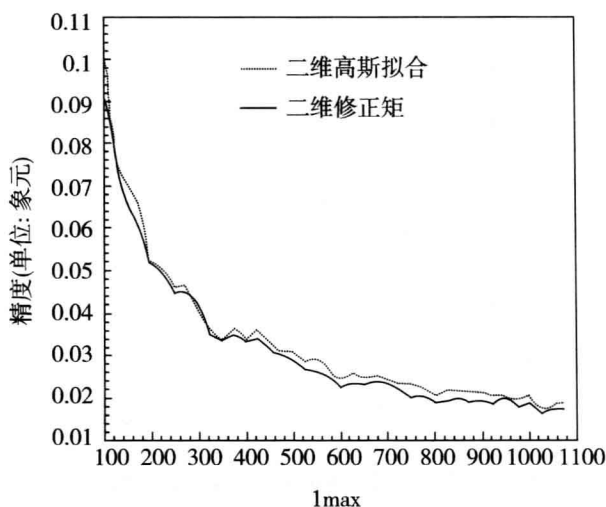


图 3.8 二维高斯拟合法与二维修正矩法精度比较

亮,泊松噪声值愈大,等精度是无法保证的,这也就得到在亮星方面,二维高斯拟合法和二维修正矩方法的相对差异较大。要说明的一点 $l_{\max} = 1000$ 是远远未达到 CCD 的饱和电子数,它仅仅相当于 40 厘米望远镜 30 秒曝光 15^m 星的强度。

一维高斯拟合法的计算时间是一维修正矩方法的 10 倍,而二维高斯拟合法则是二维修正矩方法的 50 倍。

3.4.6 OCL0452 疏散星团恒星位置的测定

为了进一步比较二维高斯拟合法和二维修正矩方法,我们利用云南天文台 1 米望远镜的 1 号 CCD 进行位置测定的实验。云南天文台 1 号 CCD 视场仅为 $4' \times 2.5'$,为了在同一视场中得到足够的星像,因此选择一疏散星团 OCL0452,观测时 CCD 视场中心位置为 $\alpha = 5^h 1^m 36^s.22$, $\delta = 23^\circ 47' 32''.9$ 。没有使用滤光片,积分时间

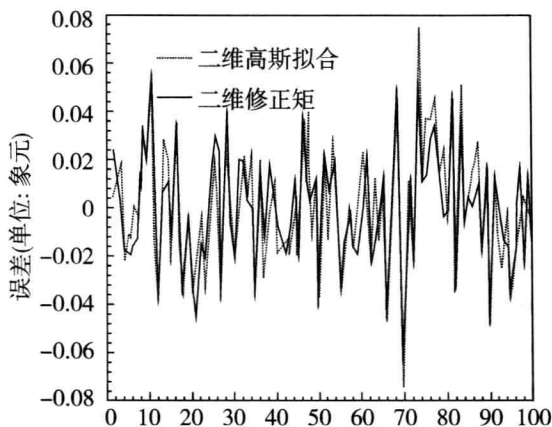


图 3.9 两种处理方法在相同噪声分布下的比较

为 30 秒,共得到这一天区的七幅图像。在哈勃导星星表中,我们查到这一天区 9 颗恒星的位置和星等,从 12.8^m 至 15.1^m ,而从 CCD 图像中,我们测量了 26 颗星像的位置,最暗的恒星由哈勃星表中已知的恒星星等推断为 18.2^m 。

在观测过程中,由于望远镜的跟踪不准,因此视场产生系统的位移。利用 15^m 以上恒星的平均 CCD 位置先进行系统差的测量,然后,在每幅图像中扣除这一系统差,比较每颗星相对于这颗星平均位置的偏差即认为是单星测量的精度。结果列于表 3.2。

表 3.2 实测资料的处理结果

S/N	N_{pixel}	n/I_{max}	DX_1	DY_1	DX_2	DY_2	$DX_1 - DX_2$	$DY_1 - DY_2$	m
356.92	143.5	0.001	0.010	0.009	0.008	0.012	0.002	0.003	12.8
321.62	136.5	0.001	0.010	0.010	0.011	0.010	-0.001	0.000	13.0
298.58	134.0	0.001	0.010	0.012	0.013	0.014	-0.003	-0.002	13.1
278.54	119.8	0.001	0.010	0.015	0.006	0.013	0.004	0.002	13.2
209.88	104.8	0.002	0.007	0.014	0.008	0.009	-0.001	0.005	13.8
155.82	78.5	0.003	0.012	0.023	0.015	0.024	-0.003	-0.001	14.3
151.00	77.5	0.003	0.007	0.009	0.015	0.010	-0.008	-0.001	14.4
144.58	75.0	0.003	0.009	0.011	0.008	0.008	0.001	0.003	14.4
106.63	57.0	0.006	0.017	0.025	0.009	0.025	0.008	0.000	15.1
91.61	51.8	0.007	0.012	0.017	0.017	0.016	-0.005	0.001	15.3
53.74	35.5	0.014	0.027	0.039	0.032	0.035	-0.005	0.004	16.0
46.43	31.0	0.018	0.020	0.013	0.024	0.018	-0.004	-0.005	16.3
42.28	31.0	0.020	0.027	0.015	0.017	0.022	0.010	-0.007	16.4
35.29	26.8	0.026	0.039	0.019	0.031	0.026	0.008	-0.007	16.7
32.48	25.3	0.028	0.039	0.011	0.018	0.029	0.021	-0.018	16.7
25.29	24.8	0.036	0.039	0.063	0.038	0.068	0.001	-0.005	17.0
23.72	22.5	0.039	0.042	0.026	0.071	0.045	-0.029	-0.019	17.1
23.50	18.5	0.042	0.031	0.039	0.060	0.023	0.029	0.016	17.1
16.04	18.0	0.056	0.053	0.041	0.118	0.083	-0.065	-0.042	17.4
14.52	14.0	0.063	0.044	0.059	0.091	0.081	-0.047	-0.022	17.5
13.25	16.0	0.065	0.089	0.041	0.122	0.135	-0.033	-0.094	17.5
13.10	15.0	0.063	0.093	0.060	0.109	0.142	-0.016	-0.082	17.5

续表 3.2

S/N	N_{pixel}	n/I_{max}	DX_1	DY_1	DX_2	DY_2	$DX_1 - DX_2$	$DY_1 - DY_2$	m
7.19	10.3	0.103	0.107	0.102	0.245	0.228	-0.138	-0.126	17.9
5.18	7.8	0.133	0.175	0.143	0.265	0.271	-0.090	-0.128	18.1
5.04	7.5	0.151	0.140	0.192	0.173	0.212	-0.033	-0.020	18.2
3.65	8.3	0.145	0.198	0.140	0.404	0.236	-0.206	-0.096	18.2

处理采用的是二维修正矩方法和二维高斯拟合法。高斯拟合程序使用了云南天文台 VAX8350 计算机中 IRAF 软件包提供的高斯拟合方法。表 3.2 中第一列为信噪比,其定义为:

$$\frac{S}{N} = \frac{N^*}{\sqrt{N^* + N_{\text{sky}} + (N_{\text{dark}}^2 + N_{\text{read}}^2)v^2}} \quad (3.85)$$

其中: N^* 为星像总计数。表中第二列的 N_{pixel} 为星像所占象元数。第三列为 $\frac{n}{I_{\text{max}}}$, 由 (3.81) 式可知, 它表示高斯分布的背景噪声对星像中心位置的影响。第四、五列为用二维修正矩法测量的 x 和 y 方向的精度, 第六、七列为用二维高斯拟合法测量的精度, 第八、九两列为两种方法的差异, 最后一列为视星等。

为更加清楚地表示比较结果, 图 3.10 显示了两种测量方法的差异, 横坐标为 $\frac{n}{I_{\text{mix}}}$, 纵坐标为精度。

二维修正矩方法十分明显的好于二维高斯拟合法, 而且在暗星方面尤为突出, 精度差异可达一倍。这个结果与模拟资料的处理有些出入, 差距更为显著, 这一方面是由于高斯拟合过程中, R 和 B 的测定不准, 另一方面它们也反映了实际情况, 即星像并不是完全高斯型的和背景 B 在不同的区域中是不一致的。使用二维修正矩方法, 亮于 15^m 的恒星, 单次测量精度均高于 0.02 象元, 而在极限星等时, 为 0.2 象元, 在 1 米镜上它们分别为 $0.01''$ 和

0.1"。

由于 1 号 CCD 读出噪声较大,因此图 3.10 中,精度与 $\frac{n}{I_{\max}}$ 的关系近似为线性,即在(3.81)式中,误差主要由第一项产生。将二维修正矩方法的结果拟合为一条直线 $y = ax + b$,其系数 a 、 b 分别为 1.06 ± 0.4 和 0.006 ± 0.003 。

$\frac{n}{I_{\max}}$ 在表征星像的噪声情况方面对于二维修正矩方法是有代表性的,它与 S/N 的关系如图 3.11 所示。我们认为用 $\frac{n}{I_{\max}}$ 来表达信噪比对中心位置的测量来讲要更有意义。

图 3.12 为 N_{pixel} 与 S/N 的关系,即在某一信噪比下,用 R_0 确定的积分面积与信噪比的关系。它近似为一条 $y = 11.5 + 0.4x$ 的直线。

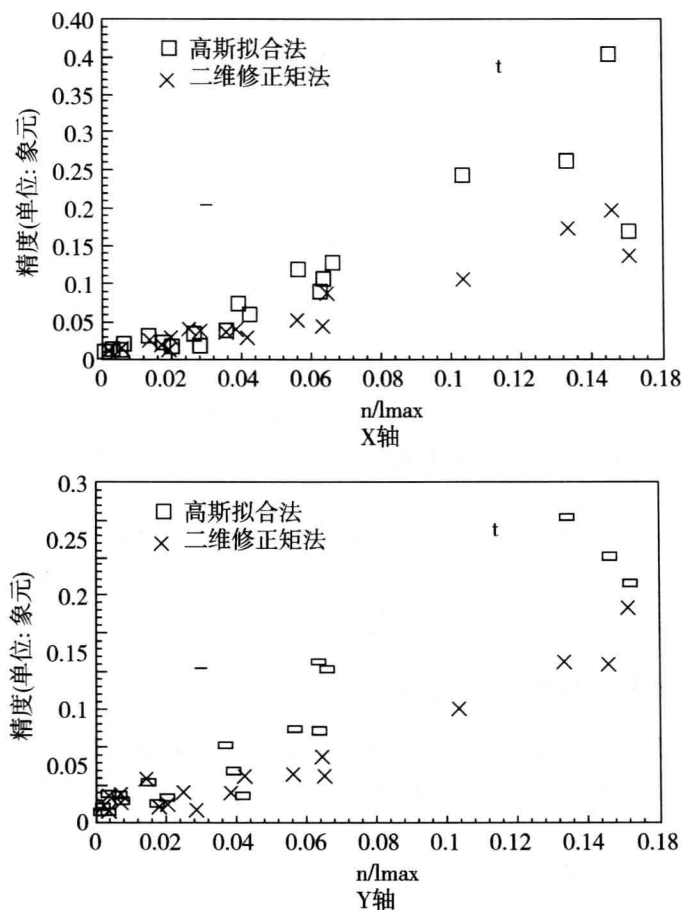
另外,二维修正矩法和二维高斯拟合法处理这 26 颗星所得到的平均外部符合为 0.002 象元,不存在系统差。总之,实测资料的处理同样反应了上节用模拟资料的结果。

3.4.7 关于星像平滑方法的讨论

数据平滑作为常用的资料预处理方法在很多地方都有应用,但是我们认为对于 CCD 图像来讲,平滑并不一定会带来理想的效果,因此至少在进行这一工作时要十分小心。因为平滑往往会将一些偶然性的误差转化为系统性的偏离。

一般的平滑是采用空域中的滑动平均,也就是利用一个周围的记录来估计这一象元的平滑值,我们试用过多种空域的模板,结果都不好。滑动平均实际上是用一个简单的函数来拟合一个小区域的值,而高斯函数是无法用一个多项式来拟合的。

频域滤波也是一类平滑方法,可以采用将高频振荡的频谱设为零,或利用维纳滤波等方法,并令 $H = 1$ 进行。图 3.13 是一个

图 3.10 x 和 y 方向的测量精度

信噪比为 5 的椭圆型星像,在用频域滤波后,图像要大大好于滤波前,但滤波后测量星像中心位置的精度却大大低于滤波前,而且星像轮廓越光滑,精度越低,这反应了在滤波过程中,有用的信息被

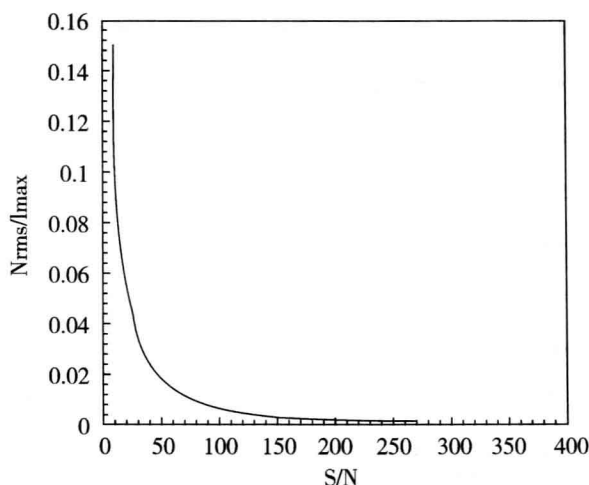


图 3.11 n/I_{\max} 与 S/N 的关系

滤掉了。对亮星滤波结果会稍好一些,但它们本身精度就很高,滤波反而大大降低了计算速度。

实际上,所有的滤波方法应归于图像增强的方法之中,而图像增强并不能保证图像的物理信息保持不变。那么可否将图像复原方法引入图像处理中呢?结论也是不乐观的。对于现在比较成熟的线性复原方法,它仅仅是一个模的复原,而星像位置信息是包含于图像傅立叶谱的相位信息中的,因此线性复原后会产生星像位置的平移。而相位的复原离实际运用还有相当的距离。

对于上述这些方法,通过计算机模拟试验,对小信噪比的星像结果都是否定性的,从另一个角度讲,无论何种定心方法均是它含有一些对噪声的平滑作用,因此先对星像平滑的意义就在一个分布中去测量某一参数,本身就是一个参数估计的问题,不很明显,所以我们认为除非有更好的平滑方案,否则不要进行平滑处理。

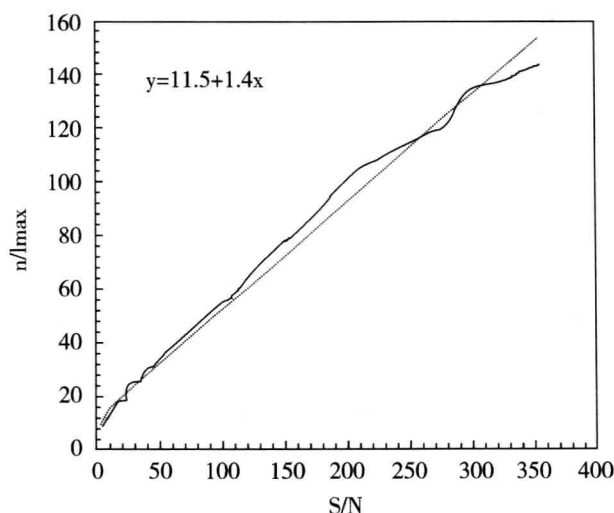


图 3.12 N_{pixel} 与 S/N 关系

3.5 FITS 图像格式^[5]

FITS(Flexible Image Transport System)是一种专门为天文工作服务的天文图像存贮和交换的图像格式,是由国际天文联合会第五委员会(天文数据)FITS 工作组制订的,已广泛应用于天文工作,在大型机、小型机、工作站和 PC 等硬件平台上均可以使用,几乎现有的所有天文通用软件均支持这一格式,其优点在于已很好地标准化了,移植性也好,它可以包括许多关于图像的描述数据,缺点是一种没有压缩的位图格式。

FITS 格式产生于 20 世纪 70 年代后期,并很快为天文界所接受,开始 FITS 格式是专门为磁带而设计的,但也用于磁盘和 CDROM。FITS 文件是一种记录的序列,该序列每一记录的长度均

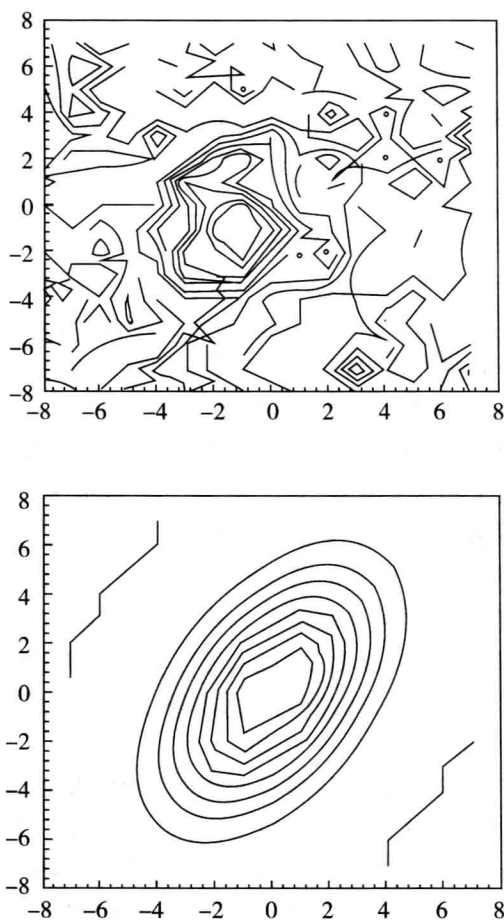


图 3.13 椭圆星像滤波前后的等值图

为 2880 个字节(大小选择成流行计算机的字长大小的偶数倍),第一个记录是文件头,也可以有多个文件头,每个记录含有 36 个 80

字节长的 ASCII 字符;在这之后的数据记录,按二进制码存放,若最后一个记录不足 2880 个字节,可用零补齐。没有数据的 FITS 格式文件是合法的,但毫无用途。FITS 文件中的数据是一个 N 维数组,数组中数据的意义由读写文件的应用程序决定。在含有图像的文件中,数组可能是二维的,也可能是三维的,分别表示是单幅灰度图像或多幅图像。

文件的头记录是一个固定格式的 80 列字符的 ASCII 行的集合,如果行小于 36 个,则最后一个头记录要用空格符填充到 2880 个字节。每一行都有一个从第一列开始的关键字,关键字由大写字母、数字、下划线和连字符组成,若某行中给关键字进行了赋值,则第九列是一个“符号”。字符串由单引号引起,第一个单引号在第 11 列。字符串最小长度为 8 个字节,若不足时可用空格补上。逻辑值用 T 或 F 表示真或假,位于第 30 列。数值为右对齐,最后一个字符也在 30 列。对于复数值,虚数部分右对齐,最后一个字符在 50 列。整数值为可选的符号数字串。浮点值必须含有一个小数点,并能包含一个可选的跟在 D 或 E 后面的带正、负的指数,所有这些值都符合 Fortran 数据约定,可以非常方便地用 Fortran 程序读取。注释可以在一行的数值后面出现,或空行的第十列开始,按照习惯,每个注释由一个“/”引出。

每一个 FITS 文件必须包含有 SIMPLE、BITPIX、NAXIS 和 END 关键字,而且必须是这一顺序,在它们之间可以插入其他记录,如果该文件含有数据,则 NAXIS 行后必须跟的是 NAXIS_i 行,每一个 NAXIS_i 对应于数据的某一维。第一行必须是 SIMPLE,最后一个 END。

SIMPLE:值为 T,表示文件符合 FITS 格式,如果在此之后有 XTENSION 关键字,则该文件是一个扩展 FITS 文件,含有除 N 维数据组以外的东西。

BITPIX:值为 8, 16, -32 或 -64,表示数据格式。如果值为 8、

16 或 32, 则数据为单字节、二字节或四字节的有符号整数, 使用高字节在前的 Big-Endian 格式。若值为 -32 或 -64, 则数据为单精度或双精度的 IEEE 浮点数, 也采用 Big-Endian 格式, 第一位符号, 接下来的 8 位(单精度)或 11 位(双精度)为幂, 余下的位是小数。BITPIX 值的绝对值总是每个数据值的位数。

NAXIS: 代表的是数据数组中的维数, NAXIS 为 0 代表后面无数据, NAXIS 为 2 代表为二维图像。

NAXIS_i: 若 NAXIS 大于 0, 那么此后面必须含有 NAXIS₁, NAXIS₂ 等, 以给定出第一维的范围。每个 NAXIS_i 必须大于 0。后面的数据值个数是所有 NAXIS_i 值的乘积。

END: 最后一行是 END, 其后为空格。

紧跟头记录的是数据, 数据按列排列的, 第一个下标变化最快, 与 Fortran 的数组调用方式相同。

FITS 文件在头中可以有任何多个可选的关键字。应用程序通常可以安全地忽略任何一个不认识的关键字, FITS 标准定义了一些可选的关键字的意义。

BSCALE: 比例尺与 BZERO 连用。

BZERO: 要加到文件数据中的常量, 实际值为: 实际值 = BZERO + BSCALE × 文件值。

BUNIT: 数据单位名称。

BLANK: 一个数值, 代表未知值或空值, 但其中只能用于整型值, 对于浮点必用 NAN。

CTYPE_i: 坐标轴 i 的名称。

DATAMIN: 文件中最小的合法物理值。

DATAMAX: 文件中最大的合法物理值。

EXTEND: 如果为 T, 则图像数据后面可以扩展文件头或数据。

DATE: 建立文件的日期, 格式为 DD/MM/YY。

ORIGIN: 建立文件组织的名称。

TELESCOP: 望远镜名称。

INSTRUME: 仪器名称。

OBSERVER: 观测者姓名。

OBJECT: 观测对象。

EPOCH: 历元。

AUTHOR: 作者名。

REFERENC: 参考文献。

COMMENT: 注释。

另外, 还有一些其他的关键字。FITS 文件格式也是在不断地发展之中, 无论对天体物理或天体测量, 图像的存贮或交换现在均是以此格式为标准的。

参考文献

- 1 荆仁杰. 计算机图像处理. 杭州: 浙江大学出版社, 1990
- 2 刘继琨. 固体摄像器件的物理基础. 成都: 电子科技大学出版社, 1989
- 3 R.C. Stone. A.J, 1989, 97: 1227
- 4 华东师范大学数学系. 概率论和数理统计教程. 北京: 高等教育出版社, 1983
- 5 侯阳. 微机图形文件格式集萃. 北京: 学苑出版社, 1993

4 CCD 相对测量

照相方法在天体测量领域应用一百多年来,为恒星方位天文学积累了丰富的观测资料,获得大量恒星的位置、自行和视差测定值,编制了多本照相星表。作为天体测量学的主要分支——照相天体测量学,已发展成为一门成熟的学科,有一套完整的观测、测量和处理方法,并且随着照相底片的优化、坐标量度仪的更新、参考星表系统的统一及其位置和自行精度的提高,照相星表也正在向暗星和高精度方向发展,而测量技术和计算机技术的发展,为利用施密特望远镜的照相底片做星表工作提供了必要的条件,使得照相星表的观测不再局限于传统的天体照相机和天体测量望远镜。

照相测量天体位置的精度,取决于底片本身的精度(包括处理过程中会发生的药膜漂移)、测量精度、参考星系统的精度和处理模型。在天体照相机或大望远镜上用 CCD 作相对测量,也有类似的误差来源,但实践证明,特别是采用合适的数字图像处理方法以后,在相同的观测条件下,星像定位测量的误差远小于底片本身的误差和底片测量误差的影响,已经达到 $\pm 0.01''$ 的量级。采用什么样的底片模型来作处理,才能充分发挥 CCD 测量的高精度优势,特别是如何充分利用 CCD 的量子效率高、动态范围大等特点,避免参考星系统误差的影响,获得大量暗星的高精度的自行和视差测定值,是 CCD 相对测量中需要解决的问题。本章将从介绍和分析照相方法的模型和误差来源入手,探讨适合于 CCD 相对测量的底片模型,并且介绍底片重叠法在 CCD 相对测量中应用的意义。

近几年国外传统子午环配备 CCD 测微器所进行的天体测量也是 CCD 相对测量的一种,将留在第五章中用作简单的介绍和分析。

4.1 照相方法的评述

4.1.1 照相方法的发展

用照相方法观测恒星,可追溯到 19 世纪中叶,早在 1850 年,哈佛大学天文台就用 10 英寸的折射望远镜对织女星进行了照相观测。照相方法用于天体测量学作星位测量则开始于 1880 年前后,以当时巴黎天文台亨利(Henry)兄弟制造的一架用于拍摄恒星的望远镜,即后来的标准天体照相机为起点。这架仪器由安装在一个镜筒内的两个望远镜组成:一个是照相的改正透镜系统,口径为 33 厘米,焦距为 3438 毫米,视场为 $130' \times 130'$,用于拍照;另一个是目视的改正透镜系统,口径为 25 厘米,焦距为 3650 毫米,用于导星。亨利兄弟用这架仪器作试验观测的成功,促成了天体测量方法的一个重大变革,因为用照相方法来测定天体的位置,与当时的子午环目视观测相比,具有三个明显的优点:一是照相底片对星光有累积作用,适当延长露光时间,可以观测到更暗的天体;二是一次露光可以同时测定多颗天体的位置,而目视观测一次只能测量一颗天体;三是照相底片具有文献性,可以长期保存。这一变革鼓舞了当时的天文学家们,于 1887 年 4 月在巴黎开会决定,仿制这种仪器,通过国际合作,观测编制一本包含所有亮于 11 等的恒星的位置星表,即照相天图星表(AC),每个坐标的均方误差希望小于 $\pm 0.3''$,这与当时最好的子午环的观测精度相当。而在这以前,大部分的天体位置都是用子午环观测获得的,极限星等仅达 9 等,坐标的均方误差约为 $\pm 0.5''$ 。这一本最早开始观测的照相星

表一直到 1963 年后才完成,总共约 150 万颗恒星,除了全天所有亮于 11 等的恒星以外,部分天区暗至 13 等,星位置以从底片上所得的直角坐标的形式给出,量度坐标的平均误差介于 $\pm 0.17'' \sim \pm 0.40''$ 之间。

随着照相测量方法的发展,它在天体测量学中的应用,除了编制天体位置星表以外,还用于恒星自行和视差的测定,双星和聚星系统运动的测定,相对论效应的验证等。根据不同测量目的的需要,天体照相机也有了较大的发展。广义地说,天体照相机并不局限于折射望远镜,大部分的折反射望远镜和专作照相用的反射望远镜都是天体照相机,只是通常习惯于把专用于照相观测的折射式望远镜才称为天体照相机。折射式天体照相机可以分为长焦距的、中焦距的和短焦距的三类,上述的亨利兄弟制造的标准天体照相机是中焦距的一种,这一类的天体照相机的焦距在 3 ~ 5 米之间,相对口径为 $1/7 \sim 1/10$,有效视场约 $2^\circ \sim 3^\circ$,主要用于精确测定天体的位置;焦距近 10 米或 10 米以上的为长焦距的天体照相机,相对口径为 $1/10 \sim 1/20$,视场约为 2° ,用于测定恒星的自行、三角视差和双星的相对运动等;短焦距的天体照相机的焦距一般小于 4 米,相对口径大于 $1/7$,视场在 5° 以上,当采用多片物镜来校正有关的像差后,视场可达 10° 左右,主要用于测定视运动的角速度较大的天体和照相测光等工作。由于折射式天体照相机受到剩余色差、色像差和玻璃材料的限制,当需要 $1/5$ 以上的相对口径、 10° 以上的视场、很高的像质或者很大的口径时,就要用折反射望远镜或带有像场改正透镜的反射望远镜来起天体照相机的作用。作为照相测量的基本条件之一的坐标量度仪,也随着照相天体测量学的发展有了很大的改进。一些早期的天文底片,是用相当粗糙的坐标量度仪测量的,最小的标量仅达 $5\mu\text{m}$,平均测量误差为 $2 \sim 3\mu\text{m}$,最高的测量精度约为 $1.5\mu\text{m}$,而且依靠人工目视对准星像来确定星像中心坐标,测量效率较低;以后出现了自动测量系统,能快速

自动测量底片上各种目标的坐标,最高的测量精度可优于 $\pm 0.5\mu\text{m}$;近年来,为了配合利用施密特巡天底片来编制巨型照相星表的计划,出现了用光电二极管或 CCD 作为扫描探测器的坐标量度仪。例如美国海军天文台的 1320×1035 CCD 精密显微密度仪 (PMM),能以非常快的速度扫描施密特底片,局部的位置精度达 $\pm 0.1\mu\text{m}$,整体精度为 $\pm 0.5\mu\text{m}$ 。在这些发展过程中,计算机技术的发展和利用提供了保证条件,天文底片的优化也是提高测量精度的重要因素之一。

在约一个世纪时期内,通过广泛的国际合作,完成了多本照相星表,而且多数都给出了恒星自行,位置精度和自行精度也随着时间的推移,逐步提高,其中大型的照相星表,除了 AC 以外,主要有:

(1) AGK₂ 和 AGK₃: AGK₂ 是德国天文学会发起,由波恩天文台用短焦距广角天体照相机在 1930 年前后观测编制而成,覆盖天区在赤纬 $-25^\circ \sim +90^\circ$ 之间,观测历元的位置精度为 $\pm 0.12'' \sim \pm 0.15''$ 。为了测定 AGK₂ 星的自行,1958 ~ 1961 年间,汉堡天文台用同样的仪器对 AGK₂ 星重新观测,编制了 AGK₃ 星表,在与 AGK₂ 相同的天区内,给出了 18 万颗恒星的位置和自行,观测历元的位置精度为 $\pm 0.18'' \sim \pm 0.20''$,年自行的精度 $\pm 0.009''^{[1]}$ 。

(2) 耶鲁星表:这是一种不同赤纬带区组合的星表,除了在赤纬 $-60^\circ \sim -50^\circ$ 、 $+30^\circ \sim +50^\circ$ 和 $+60^\circ \sim +85^\circ$ 三个赤纬带区^[1]以外,覆盖了全天 75% 的天区,含 22 万颗恒星的位置,观测历元跨度约 40 年。与其他的照相星表不同,耶鲁星表的系统相当不均匀,因为在耶鲁星表观测的 40 年中,照相方法本身是不断发展的,一旦出现了更好或更有效的技术,就立即被采用了,从望远镜系统、测量技术和归算方法到参考星表系统都在不断变化着,仅望远镜本身,前后就采用了 5 种物镜光学系统,望远镜的有效口径不同,焦距不同(变化于 1635 毫米到 2067 毫米之间),视场大小也不一

样,最大的视场为 $10^{\circ} \times 14^{\circ}$,采用 48 厘米 \times 58 厘米的底片。虽然这本星表的系统不均匀,但是在一个赤纬带区内的内部精度还是比较高的,近三分之二的天区高于 $\pm 0.20''$ 。

(3)CPC 和 CPC₂:CPC 星表,即“1950.0 历元的好望角照相星表”,是用 1930 ~ 1953 年之间拍摄的底片测量编制而成的,覆盖赤纬 -30° 以南的天区,总星数近 7 万颗,位置的均方误差为 $\pm 0.''15 \sim \pm 0.22''$,它的自行是由新测定的星位置与可用的老星表中的位置相比较来确定的。这本星表的系统误差较大,有些天区可达 $0.3''$,但它与 FK₃ 系统符合得很好。CPC₂ 星表覆盖了赤纬 $+23^{\circ}$ 以南的天区,含有 27 万颗恒星,极限星等为 10.5 等,是 1962 ~ 1972 年间观测的,由于它采用了许多新技术,如细颗粒底片、目视光谱带通、现代化自动坐标量度仪和用底片重叠法求解等,星位精度为 $\pm 0.06''$,达到了当时照相星表前所未有的精度,为南天提供了一份最完整的恒星位置资料。

(4)海军天文台照相星表:这一星表计划分为北天和南天两部分,北天部分已于 1979 ~ 1985 年用华盛顿的 20 厘米双筒天体照相机对赤纬 -27° 以北的天区在 B 和 V 带通拍摄,最终星表包括 7 ~ 11 等的 AC 星表内的所有恒星,位置精度为 $\pm 0.12''$ 。南天部分,已于 1985 年把原来为北天部分观测用的双筒天体照相机搬至新西兰的 Black Birch,在目视带通对赤纬 $+10^{\circ}$ 以南的天区进行观测,同时还在设计制造另一架望远镜,采用红带通观测,最后将两组观测一起用来编制南天部分的照相星表,希望其位置精度达到 $\pm 0.05''$ ^[2]。

(5)海军天文台南天 CCD 照相星表:这是最近问世的一本照相星表,从 1998 年 2 月到 1999 年 11 月用一架新型的天体照相机在南半球观测编制的,覆盖天区从南天极到赤纬 -6° 与 -21° 之间不等,占南半球的 80%,含 2700 万星位置和自行。它是在可放底片的 $9^{\circ} \times 9^{\circ}$ 视场焦平面上用 4096×4096 象元的 CCD 作重叠中心

法观测, CCD 视场为 $1^\circ \times 1^\circ$, 以第谷星表为参考星表, 并且采用 20 ~ 30 秒钟的短曝光与 100 ~ 150 秒钟的长曝光相结合, 得 9 ~ 14.5 等的星位置精度达 $\pm 20\text{mas}$, 极限星等 16 等的精度为 $\pm 70\text{mas}$ ^[3]。在完成南天观测后, 把这架望远镜搬到北半球, 于 2000 年完成覆盖全天的观测。

为了满足天文学及有关学科对星等更暗、星数更多和精度更高的照相星表的要求, 新一代的巨型照相星表正在计划中, 例如, 汉堡天文台正在制订规划, 设计制造改进型的施密特-卡塞格林望远镜(口径 1.5 米, 焦比 $f/5$, 视场 $2^\circ \times 2^\circ$)和新型的坐标量度仪, 目标是两亿颗恒星, 极限星等为 17 ~ 18 等, 位置精度达 $\pm 0.01'' \sim \pm 0.02''$, 并且用底片重叠法对全天球或半天球作整体平差, 建立内部刚性的恒星网络, 再连接到河外参考架上^[4]。美国的一些大学也在计划利用施密特望远镜巡天底片, 编制出达 10 亿颗星, 暗至 19 等的高精度位置和自行星表^[5]。

照相星表的发展, 也促进了参考星表的完善, 在星等、星数和系统的均匀性方面, 都有了不同程度的提高, 这是与一些现代化子午环的改进和加强观测分不开的。依巴谷卫星星表的问世, 为新一代的照相星表的归算和已有的照相星表的重新归算, 提供了一个极好的参考星表系统, 它的系统是很均匀的, 平均每平方度有三颗星, 星等达 12.4 等, 虽然它作为一个恒星网络的整体, 还存在微小的剩余旋转, 但这是一个总能逐步解决的参考架之间的连接问题。

4.1.2 照相观测的原理

照相观测, 是用成像系统(望远镜加照相机)把天球的一部分通过心射切面投影, 投射在一个平面上。在理想状况下, 用于底片露光成像的系统等价于一个针孔照相机, 焦平面上的图像与天球上心射切面投影的图像对应。图像上, 天体像的直角坐标称为理

想坐标,常用符号 (ξ, η) 来表示。天体的赤道坐标为 (α, δ) 。望远镜光轴指向的赤道坐标(常用 A, D 来表示)和焦平面上天体像的理想坐标之间有严格的对应关系,可以通过 A 和 D ,由理想坐标直接计算出天体的赤道坐标,对参考星而言,则要求由已知的赤道坐标计算出它在这次观测中的理想坐标,这是对照相观测作处理的内容之一。

实践中,这种理想状况是难以达到的,因为通过照相观测不能直接得到天体像的与其赤道坐标对应的直角坐标值,必须把照相观测所取得的底片放在坐标量度仪上测量,而且只能测量得到理想的标准坐标的近似值,称为量度坐标,常用符号 (x, y) 来表示。在量度坐标与理想坐标之间需要通过底片模型来转换,底片模型的参数为底片常数。由于参考星的理想坐标可以用它们的已知的赤道坐标计算得到,是已知的,从而可以通过数量足够的参考星的理想坐标和量度坐标,解算出底片常数,利用这些常数,即可以把底片上其他天体像的量度坐标换算为理想坐标,进而得到它们的赤道坐标。问题的复杂性还在于这种观测是在地面上进行,望远镜跟随地球作周日旋转和周年运动,底片对应的天球区内各天体之间的视相对位置受到大气折射较差和光行差较差的影响,以致量度坐标与理想坐标之间不能仅用线性联系严格地对应起来,加之望远镜的像差、底片装置误差及坐标量度仪的系统性误差的影响,底片上的图像与天球的心射切面投影的图像不能对应,使得量度坐标与理想坐标之间不仅是两个直角坐标系之间的相对旋转和原点平移的简单关系,而需要采用更复杂的底片模型来表示。选用合适的模型,准确可靠地解算底片常数,并且利用这些常数来计算待测天体的理想坐标,也是照相观测作处理的内容之一,而且是更复杂的一部分。

为了推导天体的赤道坐标与理想坐标之间的转换公式,图 4.1 引用 L.G 塔夫的《计算球面天文学》中的图 12^[6],给出了心射

切面投影的几何关系, AO 为望远镜的光轴, ASR 是望远镜的焦平面, 与光轴垂直, 照相底片放在焦平面上, 其中心在 A 点, AO 的延长线与天球交于 A' , 其赤道坐标为 (A, D) , 在 A' 点的天体发射的光线聚焦在 A 点。设 A' 点附近有一天体 B' , 与 A' 点的角距离为 $\varphi = A'B'$, 它发射的光聚在底片上 B 点, 从而可以直接得到底片上线尺寸 $L = AB$ 与 φ 之间的关系:

$$L = F \operatorname{tg} \varphi \quad (4.1)$$

其中: F 等于望远镜的焦距 AO 。以 A' 点为切点作一个与天球相切的切平面, 即心射切面, 以 O 点为中心, B' 在切面上的投影为 B'' , 则有:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A'B''}{A'O} = \frac{AB}{AO} \quad (4.2)$$

由此可以看到, 在照相底片上图像的形状与在天空心射切面上的投影之间具有相似性。

将图 4.1 上半部分移到图 4.2, 并给出坐标轴的指向, 在心射切面上建立一个标准坐标系 $A'\xi'\eta'$: 原点为 A' , η' 轴指向北天极, 即赤纬增大方向, ξ' 轴与 η' 轴正交, 指向赤经增大方向。取 $A'B'$ 的投影为 $A'B''$, $A'B''$ 与 η' 轴之间的夹角为 θ , 则 B' 在心射切面上的理想坐标 (ξ', η') 为:

$$\xi' = A'B'' \sin \theta$$

$$\eta' = A'B'' \cos \theta$$

由 (4.2) 式, 并取 $A'O$ 为 1, 则有:

$$\xi' = \operatorname{tg} \varphi \sin \theta$$

$$\eta' = \operatorname{tg} \varphi \cos \theta \quad (4.3)$$

相应地, 取 $AO = F$, 在照相底片上所对应的坐标为:

$$\xi = F \operatorname{tg} \varphi \sin \theta$$

$$\eta = F \operatorname{tg} \varphi \cos \theta \quad (4.4)$$

在图 4.2 内球面三角形 $PA'B'$ 中, P 为天极, A' 和 B' 的赤道坐

标分别为 (A, D) 和 (α, δ) , 则有:

$$\begin{aligned}\sin\varphi\cos\theta &= \sin\delta\cos D - \cos\delta\sin D\cos(\alpha - A) \\ \sin\varphi\sin\theta &= \cos\delta\sin(\alpha - A) \\ \cos\varphi\cos\theta &= \sin\delta\sin D + \cos\delta\cos D\cos(\alpha - A)\end{aligned}\quad (4.5)$$

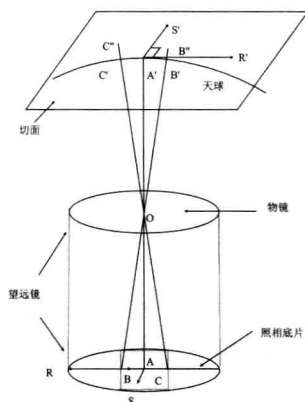


图 4.1 心射图表

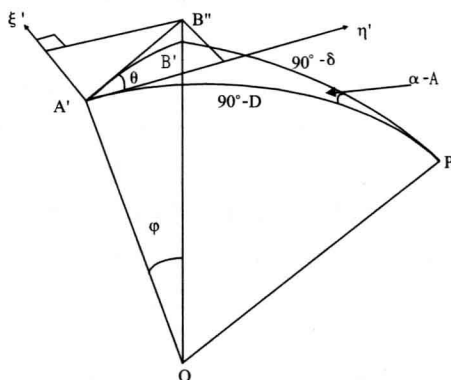


图 4.2 心射切面标准坐标系

由(4.4)和(4.5)式,并且取望远镜的焦距为单位长度,则得赤道坐标与理想坐标之间的转换公式为:

$$\xi = \frac{\cos \delta \sin(\alpha - A)}{\sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos(\alpha - A)} \quad (4.6)$$

$$\eta = \frac{\sin \delta \cos D - \cos \delta \sin D \cos(\alpha - A)}{\sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos(\alpha - A)}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - A) = \frac{\xi}{\cos D - \eta \sin D} \quad (4.7)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\eta \cos D + \sin D}{\cos D - \eta \sin D} \cos(\alpha - A)$$

ξ 和 η 以弧度为单位。为了作形式上的简化, 在一些文献中常取 $\operatorname{tg} q = \operatorname{tg} \delta \sec(\alpha - A)$

则(4.6)式变为:

$$\xi = \cos q \operatorname{tg}(\alpha - A) \sec(q - D) \quad (4.8)$$

$$\eta = \operatorname{tg}(q - D)$$

为了建立从量度坐标变换到理想坐标的底片模型, 应首先分析引起两种坐标之间差别的原因, 才能决定采用怎样的模型。根据它们的定义和多年来测量实践经验的归纳, 引起两者之间差别的主要原因有:

(1) 两个直角坐标系的原点不同: 理想坐标系的原点在底片的光心, 即赤道坐标为 (A, D) 的点, 这是根据这种坐标系的定义而确定的, 而量度坐标系的原点则由底片在坐标量度仪上安放的位置决定, 即使经过仔细的调节, 也只能做到两者近似一致; 当采用 CCD 时, 其读数也是相对于系统较方便的起点给出。

(2) 两个坐标系的坐标轴指向不同: 理想坐标系的两个坐标轴是严格正交的, η 轴为通过光心的赤经圈 (赤经为 A) 在切平面上的投影, 量度坐标系的 X 轴与 Y 轴之间可能不垂直, 而 Y 轴是否与 η 轴平行, 还决定于底片在坐标量度仪上安放的位置是否准确, 严格平行是难以做到的; 当采用 CCD 时, 也会因 CCD 芯片的制造误差和安装误差, 引起 X 轴与 Y 轴不严格正交, 以及 Y 轴与 η 轴之间不严格平行。

(3) 两种坐标的单位不相同: 理想坐标以弧度或角秒为单位,

量度坐标以长度(毫米)为单位,因为不同望远镜的焦距不同,底片的比例尺不一样,即使是同一望远镜拍摄的底片,其比例尺也可能有变化,以致坐标量度仪不能直接给出以角秒或弧度为单位的量度坐标,而且两轴方向的比例尺也可能不相同;从 CCD 图像直接读取的读数,一般以象元为单位,也由于 CCD 芯片的制造误差和安装误差的影响,使两轴方向的比例尺不严格相同。

(4)各种误差和某些较差的影响:理想坐标是在理想状况下,天体在天球上的真位置投影到心射切面上的位置坐标;而量度坐标是在具体的条件下,天体在其视位置方向发出的光线聚焦至底片上成像后的测量值,已经受到了大气折射和周年光行差及周日光行差的影响,经过成像系统时,受到光学系统像差的影响,这些影响引起星像位移的量,与天体在天球上的位置有关,也与天体相对于 A' 的偏离量有关,不同的影响引起天体位移的表达式各不相同,而且是非线性的,为了保证理想坐标系的定义和计算天体理想坐标的方便,光心偏差的影响也应该看成是对量度坐标的影响;CCD 测量也同样受到这些影响。

如果仅考虑两个坐标系的原点和坐标轴指向的不同,以及两轴方向的比例尺不同,通过图 4.3 中两个坐标系的关系,可以在理想坐标与量度坐标之间直接建立一个简单的变换模型。

在图 4.3 中, $O - \xi\eta$ 为理想坐标系, $O' - XY$ 为量度坐标系, X 轴与 ξ 轴之间的夹角为 α , Y 轴与 η 轴之间的夹角为 β , 由于 X 轴与 Y 轴可能不正交,以致有可能 α 与 β 不相等;设在量度坐标系中, X 轴方向的比例尺为 R_x , Y 方向的比例尺为 R_y , O' 点在理想坐标系中的位置为 (c, f) , 并且设星像 σ 的量度坐标为 (x, y) , 则它的理想坐标为:

$$\xi = c + xR_x \cos\alpha - yR_y \sin\beta \quad (4.9)$$

$$\eta = f + xR_x \sin\alpha + yR_y \cos\beta$$

取:

$$R_x \cos \alpha = a \qquad -R_y \sin \beta = b$$

$$R_x \sin \alpha = d \qquad R_y \cos \beta = e$$

则有:

$$\xi = ax + by + c \qquad (4.10)$$

$$\eta = dx + ey + f$$

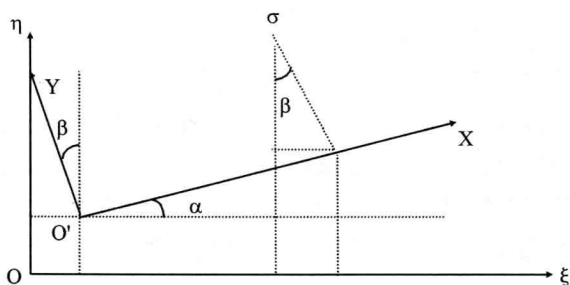


图 4.3 理想坐标与量度坐标的几何关系

(4.10)式常称为特纳公式,就是所谓六常数模型,含6个底片常数,利用同一张底片上不少于三颗参考星的观测,由它们的量度坐标和已知的理想坐标,即能求解出这些底片常数,再利用这些底片常数及同一张底片上待测星的量度坐标,就可以计算出这些待测星的理想坐标,进而计算出它们的赤道坐标。

当 X 轴和 Y 轴垂直,或者对量度坐标 y 作了两轴不垂直的修正后,即可以取 $\alpha = \beta$,如果还具备两个方向的比例尺相等的条件 ($R_x = R_y = R$),或者对 y 同时作了比例尺不相等的修正后,则(4.9)式变为:

$$\xi = ax + by + c \qquad (4.11)$$

$$\eta = -bx + ay + f$$

这里已改取 $R_x \sin \alpha = R_y \sin \beta = -b$, (4.11)式称为四常数模型,含4个底片常数,用不少于两颗参考星的观测,即可以求解。但由于大

气折射较差影响和光行差较差影响的非线性,参考星的坐标必须作大气折射和周年光行差修正,或对它们的量度坐标作这两者的较差修正,周日光行差在一般情况下可以不予考虑,因为能采用四常数模型的观测,底片视场都不大。

由(4.9)式看出,当满足四常数模型的条件时,底片常数 a 与 b 之间是不独立的,由它们可以直接导出底片的比例尺 R ,即:

$$a^2 + b^2 = R^2 \quad (4.12)$$

求解 R 值与照相测量处理没有直接关系,但可用于研究比例尺的变化。同样地,利用(4.10)式求解出来的底片常数 a 、 b 、 d 和 e 也能分别导出比例尺 R_x 和 R_y ,以及两个坐标系的相应坐标轴之间的夹角 α 、 β :

$$\begin{aligned} R_x^2 &= a^2 + d^2 \\ R_y^2 &= b^2 + e^2 \\ \alpha &= \arctg\left(\frac{d}{a}\right), \beta = \arctg\left(-\frac{d}{e}\right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

比较 R_x 与 R_y 以及 β 与 α 的差别大小,可以判断能否直接用四常数模型代替六常数模型,或者对量度坐标 y 作 $\frac{R_x}{R_y}$ 及 $(\beta - \alpha)$ 的修正后,采用四常数模型。

在实践中,六常数模型用于较小的底片视场,例如 $2^\circ \times 2^\circ$,如果视场较大,达到 $5^\circ \times 5^\circ$ 或更大,在通常要求的精度范围内,大气折射较差、光行差较差及光心偏差等影响的二次项不能忽略,常采用十二常数模型,即:

$$\begin{aligned} \xi &= ax + by + c + lx^2 + mxy + ny^2 \\ \eta &= dx + ey + f + px^2 + qxy + ry^2 \end{aligned} \quad (4.14)$$

通过不少于 6 颗参考星的观测,求解出底片常数,再用于计算其他待测星的理想坐标和赤道坐标。这里也仅考虑到二次项的影响,高次项的影响往往给予忽略。

考虑到被拍摄的天体有不同的星等和光谱型,以及照相底片上星像形成过程中的特性等因素,底片上星像的位置不仅与它们在天球上的位置有关,而且与它们的星等及光谱型有关,所以,在更一般的情况下,理想坐标 (ξ, η) 不仅是量度坐标 (x, y) 的函数,也是星等 m 和用于表征光谱型的色指数 c 的函数,这样,更通用的底片模型是:

$$\xi = \sum a_{ijkl} x^i y^j m^k c^l \quad (4.15)$$

$$\eta = \sum b_{ijkl} x^i y^j m^k c^l$$

这是一种经验模型,底片常数 a_{ijkl} 和 b_{ijkl} 需用经验方法来确定,例如取足够多的参考星的观测,选用不太复杂的模型作平差处理,再分析各参考星的残差与 (x, y, m, c) 之间的依赖关系,来判断那些项对消除残差中系统性趋势有显著作用的,才被引入。经常会有这样的情况:一个简单的经验模型,从残差中消除系统性趋势的能力,与一个更复杂的严格模型一样,甚至能使所得结果的系统误差更小。

4.1.3 底片模型对精度的限制

六常数模型仅考虑到理想坐标与量度坐标之间的线性关系,忽略了某些因素和像差对量度坐标的二次项和高次项的影响;十二常数模型也仅考虑到二次项,忽略了高次项的影响。底片模型的选择,在很大程度上受到参考星表的限制,对于 $2^\circ \times 2^\circ$ 视场的底片,通常采用六常数模型,每张底片上至少要有三颗参考星,平均而言,需要一本在全天有 3 万多颗星的参考星表,若用十二常数模型,参考星数需增加一倍,这是难以做到的,尽管这仅是最低要求,尚未考虑压缩参考星位置误差的影响,(采用重叠法处理可以减少参考星的需要数目),以致现在只能在 $5^\circ \times 5^\circ$ 及更大些的视场,才采用十二常数模型,这就不可避免地降低了从量度坐标向理想坐标转换的精度,因为有些误差对量度坐标的影响是非线性的,大气

折射较差和光行差较差的影响也是非线性的,其二次项在 $2^\circ \times 2^\circ$ 的底片近边缘区已有显著的影响, $5^\circ \times 5^\circ$ 底片的近边缘区,有些高次项的影响也超过 $0.01''$ 的量级。

下面以光心偏差影响、大气折射较差和光行差较差影响等为例,来说明底片模型对两种坐标之间转换精度的限制。

1. 光心偏差的影响

如果光心所对应的赤道坐标近似采用值为 (A_0, D_0) , 其真值为 (A, D) , 即光心偏差 $\triangle A = A - A_0$, $\triangle D = D - D_0$, 通过(4.4)式和(4.5)式, 就可以导出 $\triangle A$ 和 $\triangle D$ 对理想坐标的影响。微分(4.5)式, 并以增量代替微分, 可得由 $\triangle A$ 和 $\triangle D$ 引起的 φ 和 θ 的增量为:

$$\triangle \varphi = -\triangle D \cos \theta - \triangle A \cos D_0 \sin \theta \quad (4.16)$$

$$\triangle \theta = \triangle D \operatorname{ctg} \varphi \sin \theta + \triangle A (\sin D_0 - \operatorname{ctg} \varphi \cos \theta \cos D_0)$$

微分(4.4)式, 同样取 F 为单位长度, 并以增量代替微分, 则得由 $\triangle \varphi$ 和 $\triangle \theta$ 引起的 ξ 和 η 的增量为:

$$\triangle \xi = \triangle \varphi (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \sin \theta + \triangle \theta \operatorname{tg} \varphi \cos \theta \quad (4.17)$$

$$\triangle \eta = \triangle \varphi (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \cos \theta - \triangle \theta \operatorname{tg} \varphi \sin \theta$$

将(4.16)式代入(4.17)式, 利用(4.4)式, 得:

$$\triangle \xi = -\triangle A (\cos D_0 - \eta_0 \sin D_0 + \xi_0^2 \cos D_0) - \triangle D \xi_0 \eta_0 \quad (4.18)$$

$$\triangle \eta = -\triangle A (\xi_0 \sin D_0 - \xi_0 \eta_0 \cos D_0) - \triangle D (1 + \eta_0^2)$$

(ξ_0, η_0) 为对应于 (A_0, D_0) 的理想坐标, 对应于光心真位置 (A, D) 的理想坐标应当为 $\xi = \xi_0 + \triangle \xi$, $\eta = \eta_0 + \triangle \eta$, (4.18) 式中的二次项 (这里直接用增量代替微分, 使得高次项被略去了, 以致该式仍是近似公式), 是从天球的球面到心射切面上的投影引起的, 这里并未涉及底片模型问题, 而(4.6)和(4.7)式是严格的三角表示式, 只要底片模型合适, 能把待测星的量度坐标精确地转换为理想坐标, 利用计算参考星的理想坐标时所采用的 A_0 和 D_0 , 不管其偏差如

何,通过(4.7)式,就能得到待测星在参考星赤道坐标系统中可靠的赤道坐标值。问题在于采用什么样的底片模型更合适。

为了能看出光心偏差通过量度坐标的二次项对理想坐标的影响,并能较完整地表达出与量度坐标的二次项有关的项,借用(4.14)式作为 (ξ_0, η_0) 的表达式代入(4.18)式,并略去高次项,得:

$$\begin{aligned}\xi = & [a + \triangle A \sin Dd - 2\triangle A \cos Dac - \triangle D(af + cd)]x \\ & + [b + \triangle A \sin De - 2\triangle A \cos Dbc - \triangle D(bf + ce)]y \\ & + [c + \triangle A \sin Df - \triangle A \cos D(1 + c^2) - \triangle Dcf] \\ & + [l + \triangle A \sin Dp - \triangle A \cos D(a^2 + 2cl) \\ & - \triangle D(ad + cp + fl)]x^2 \\ & + [m + \triangle A \sin Dq - 2\triangle A \cos D(ab + cm) \\ & - \triangle D(ae + bd + cq + fm)]xy \\ & + [n + \triangle A \sin Dr - \triangle A \cos D(b^2 + 2cn) \\ & - \triangle D(be + cr + fn)]y^2\end{aligned}\quad (4.19-1)$$

$$\begin{aligned}\eta = & [d - \triangle A \sin Da - \triangle A \cos D(af + cd) - 2\triangle Ddf]x \\ & + [e - \triangle A \sin Db - \triangle A \cos D(bf + ce) - 2\triangle Ddf]y \\ & + [f - \triangle A \sin Dc - \triangle A \cos Dcf - \triangle D(1 + f^2)] \\ & + [p - \triangle A \sin Dl - \triangle A \cos D(ad + cp + fl) \\ & - \triangle D(d^2 + 2fp)]x^2 \\ & + [q - \triangle A \sin Dm - 2\triangle A \cos D(ae + bd + cq + fm) \\ & - 2\triangle D(de + fq)]xy \\ & + [r - \triangle A \sin Dn - \triangle A \cos D(be + cr + fn) \\ & - \triangle D(e^2 + 2fr)]y^2\end{aligned}\quad (4.19-2)$$

从(4.19)式看出,光心偏差也影响量度坐标的一次项的系数和常数项,如果仅限于六常数模型,即忽略二次项,也能满足所预期的精度要求,则利用参考星的理想坐标和量度坐标,就能求解出含有光心偏差影响的底片常数,这时则不必考虑光心偏差的影响。二次项的系数较为复杂,有十二常数模型中的二次项的系数,也有光

心偏差的分量与各个常数的不同乘积项,为了清楚地看出光心偏差引起的二次项影响,这里作一些简化,即假设光心偏差影响以外的各种误差和较差影响的二次项及高次项都能通过预先对量度坐标作修正处理而消失,以致还能采用六常数模型来表达不考虑光心偏差影响的量度坐标之间的转换,则利用(4.18)式,(4.19)式变为:

$$\begin{aligned}
 \xi = & [a + \triangle A \sin Dd - 2\triangle A \cos Dac - \triangle D(af + cd)]x \\
 & + [b + \triangle A \sin De - 2\triangle A \cos Dbc - \triangle D(bf + ce)]y \\
 & + [c + \triangle A \sin Df - \triangle A \cos D(1 + c^2) - \triangle Dcf] \\
 & - \triangle A \cos Da^2 + \triangle Dad)x^2 \\
 & - [2\triangle A \cos Dab + \triangle D(ae + bd)]xy \\
 & - (\triangle A \cos Db^2 + \triangle Dbe)y^2 \\
 \eta = & [d - \triangle A \sin Da - \triangle A \cos D(af + cd) - 2\triangle Ddf]x \\
 & + [e - \triangle A \sin Db - \triangle A \cos D(bf + ce) - 2\triangle Ddf]y \\
 & + [f - \triangle A \sin Dc - \triangle A \cos Dcf - \triangle D(1 + f^2)] \\
 & - [\triangle A \cos Dad + \triangle Dd^2]x^2 - 2[\triangle A \cos D(ae + bd) \\
 & + \triangle Dde] \times xy - [\triangle A \cos Dbe + \triangle Dde^2]y^2 \quad (4.20)
 \end{aligned}$$

与(4.19)式相比,量度坐标一次项的系数和常数项是一样的,而二次项的系数简单得多,也就是把含 l, m, n, p, q, r 的项都略去了。

为了直接看出二次项影响的量级,可以再取用一种特殊的条件,即量度坐标系的两轴正交,两轴方向的比例尺相等,满足四常数模型的条件,以致可以取 $e = a, d = -b$,并且可以假设两坐标系的 X 轴与 ξ 轴近似平行,以便进一步简化二次项的系数,即在与小量 $\triangle A$ 和 $\triangle D$ (因光心偏差仅有角分的量级)相乘时,可以近似地取 $a = 1, b = 0$,则(4.20)式可以被进一步简化为:

$$\begin{aligned}
 \xi = & (1 - 2\triangle A \cos Dc - \triangle Df)x + (\triangle A \sin D - \triangle Dc)y \\
 & + [c + \triangle A \sin Df - \triangle A \cos D(1 + c^2) - \triangle Dcf] \\
 & - \triangle A \cos Dx^2 - \triangle Dxy
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta = & -(\triangle A \sin D + \triangle A \cos D f)x + (1 - \triangle A \cos Dc - 2\triangle DF)y \\ & + [f - \triangle A \sin Dc - \triangle A \cos Dcf - \triangle D(1 + f^2)] \\ & - 2\triangle A \cos Dxy - \triangle Dy^2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

假设光心偏差 $\triangle A \cos D$ 和 $\triangle D$ 都为 $60''$, 则在 $2^\circ \times 2^\circ$ 底片的边角区, 二次项的影响可达 $0.018'' \sim 0.036''$, 对于 $5^\circ \times 5^\circ$ 的底片, 最大可达 $0.228''$ 。

另外, 从(4.21)看出, 严格地说, 光心偏差也破坏了四常数模型的条件, 但考虑到 $\triangle A \cos D$ 和 $\triangle D$ 仅为角分的量级, 当量度坐标系与理想坐标系的原点偏离量 (c, f) 也被控制在 $1'$ 以内时, 则在 $\pm 1\text{mas}$ 精度范围内, 仍能满足四常数模型的条件。为了满足这一条件, 在 (c, f) 的数值较大的情况下, 可以先用求解出的 (c, f) 的初值, 对量度坐标系的原点作平移, 从而控制 (c, f) 量级。

2. 大气折射较差和光行较差的影响

在同一视场中, 大气折射对天体视位置的影响与天顶距 Z 之间是非线性关系, 以致引起天体之间的较差位移。据推导(详见 4.2.3 节), 在对量度坐标作大气折射较差修正的公式中, 二次项系数的主要项含有 $\text{tg}^3 Z$ 因子, 对于在天顶距 45° 拍摄的 $2^\circ \times 2^\circ$ 的底片, 底片边角区的二次项影响为 $0.02'' \sim 0.05''$, 若在天顶距 60° 拍摄, 影响可达 $0.1'' \sim 0.2''$, 对于 $5^\circ \times 5^\circ$ 的底片, 在这两种天顶距下的影响分别为 $0.1'' \sim 0.3''$ 和近 $1''$ 。周年光行差较差的影响与大气折射较差的影响相类似, 因为周年光行差常数仅为大气折射常数的约 $1/3$, 所以二次项的影响只有天顶距 45° 处大气折射较差中二次项修正的 $1/3$, (详见 4.2.4 节的推导), 以致对于 $2^\circ \times 2^\circ$ 的底片, 在 $0.01''$ 的精度要求下也是不能被忽略的。

3. 光学系统像差的影响

在光学系统的像差中, 对星像的量度坐标有影响的仅是彗差和畸变, 以及物镜组各部件不严格对心产生的偏心畸变, 而球差、像散、横向色差和纵向色差仅影响星像的形状, 不影响它的中

心位置。

彗差对量度坐标的影响,与星像距视场中央的距离的一次方成正比,引起底片比例尺的变化,因而对底片模型没有影响。

畸变是与星像到视场中央距离的三次方成正比的像差,是径向对称分布的,一般可以表达为:

$$\begin{aligned}\triangle x &= Rx(x^2 + y^2) \\ \triangle y &= Ry(x^2 + y^2)\end{aligned}\quad (4.22)$$

R 为畸变系数,对于一架具体的望远镜,R 被看成不变的常数。在十二常数模型中,这种影响也是被忽略的。

物镜组的各部件,理论上是可以严格对准中心的,但实践中却难以做到,从而在量度坐标中产生偏心畸变的影响。如 AGK2 星表波恩观测区拍摄照相底片的双筒天体照相机,在第一次检验物镜系统时就发现有偏心,虽然送回蔡司厂重新校准,在处理底片时,仍发现平差的残差中有明显的偏心畸变的影响,说明这种像差是不能忽略的。布朗(D.C. Brown)对这种像差作了细致的研究^[7],发现它对量度坐标的影响可以表示为:

$$\begin{aligned}\triangle x &= [2(p_1x^2 + p_2xy) + p_1(x^2 + y^2)] \\ &\quad \times [1 + \sum_{k=1}^n p_{k+2}(x^2 + y^2)^k] \\ \triangle y &= [2(p_1xy + p_2y^2) + p_2(x^2 + y^2)] \\ &\quad \times [1 + \sum_{k=1}^n p_{k+2}(x^2 + y^2)^k]\end{aligned}\quad (4.23)$$

在一般的天体照相仪的条件下, p_{k+2} 通常都取为零,(4.23)式简化为:

$$\begin{aligned}\triangle x &= 3p_1x^2 + 2p_2xy + p_1y^2 \\ \triangle y &= p_2x^2 + 2p_2xy + 3p_2y^2\end{aligned}\quad (4.24)$$

对于一组具体的物镜,式中的系数可以取为常数。至于这种畸变量的大小,对于不同的物镜组是不一样的,但从 AGK2 星波恩区的精度($\pm 0.155'' \sim 0.185''$)以及能从其残差中看出明显的影响

来估计,这一仪器的畸变在 $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ 底片边角区的影响可能会大于 $\pm 0.01''$ 。

从上述几个方面来看,底片模型对照相测量处理的精度将产生直接的影响,如果对 $2^\circ \times 2^\circ$ 的底片采用六常数模型,即使能把底片处理得很好,测量的精度很高,由于忽略了二次项,在底片边角区的转换精度或者相对测量结果的精度也只能达到 $\pm 0.05''$ 或更低。对于 $4^\circ \times 4^\circ$ 的底片,这种误差将增大 4 倍。所以在提高测量精度的同时,特别是用 CCD 观测时,应当考虑采用更合适的底片模型。

4.1.4 采用四常数模型的需要和可能

在一架有效焦距为 2 米左右的天体照相机上,采用一块 2048×2048 象元,每一象元面积为 $30\mu\text{m} \times 30\mu\text{m}$ 的 CCD 芯片代替照相底片,其视场也接近于 $2^\circ \times 2^\circ$,如果仍采用六常数模型来作量度坐标与理想坐标之间的转换,则由于被忽略了二次项的影响,将远不能发挥 CCD 测量的 $\pm 0.01''$ 的高精度优势。何况更大面积的 CCD 芯片已在不断地问世,更合适的数字图像处理方法的出现,星像定位测量的精度还将更高,视场愈大,二次项的影响愈大,再高的测量精度也难以发挥作用。虽然可以采用十二常数模型或更复杂的模型,但这样又会出现另外一些问题。

首先是参考星数量的限制。十二常数模型,每一视场内至少需要 6 颗参考星,若在 $2^\circ \times 2^\circ$ 的底片或 CCD 芯片测量中采用这种模型,则需要一本至少饱含 6 万颗星在全天球均匀分布的参考星表,现在只有依巴谷卫星星表才能满足这一要求。而采用四常数模型,其要求将低得多,特别是随着时间的推移,依巴谷星表的恒星位置精度因自行误差的影响而逐步降低以后,将迫使人们采用星数较少而精度更高的参考星表。

第二是解算出来的底片常数的误差及其影响不同。如果有足

够的参考星,在同样的参考星数量和位置精度的条件下,采用十二常数模型时,需通过参考星的理想坐标和量度坐标求解 12 个未知数(底片常数),而对于四常数模型,只要求解 4 个未知数,条件方程相同,已知量的随机误差相同,当然未知数愈多,解算值的精度也愈低。在将待测星的量度坐标转换为理想坐标时,通过精度稍高的 4 个底片常数计算的结果,也必然比用精度稍低的 12 个底片常数计算的结果精度更高些,这是很容易验证的。

既要适应于 CCD 定位测量的高精度,又希望采用最简单的四常数底片模型,首先应对量度坐标作有关的修正,以便在高精度的要求下满足六常数模型的条件,再就是应对量度坐标系坐标轴不垂直及两轴方向比例尺不相等进行测定和修正,以满足四常数模型的条件。

大气折射较差和光行差较差的影响都是有规律可循的,其二次项和高次项影响的修正公式虽然很复杂,但能按精度要求推导出来。CCD 芯片装配在望远镜上是固定不动的,在连续使用的一段时期内,芯片中心的偏差、量度坐标系的坐标轴指向以及两轴方向的比例尺之比等参数都是稳定的,有利于测定和修正。所以,对于 CCD 测量而言,是能达到采用四常数底片模型的条件。

4.2 用四常数模型作 CCD 相对测量的转换

4.2.1 简化成四常数模型的条件

既要简化底片模型,又不失去两个坐标系之间的转换精度,最直接的途径是对量度坐标作相应的修正,使修正后的量度坐标所组成的底片(或 CCD)上的图像与视场所对应的天区内天体的真相对位置(即不受大气折射和光行差等影响的相对位置)投影到心射

切面上的图像严格对应起来,消除了 4.1.2 节中所述的理想坐标与量度坐标之间某些使底片模型复杂化的差异,其中不仅包括二次项及高次项,也包括一次项的成份。在这种所要求的修正中主要应考虑下列几个方面:

(1)测定出光心偏差值($\Delta A \cos D, \Delta D$)和物镜组偏心畸变系数,用于对量度坐标作修正。这是将十二常数模型简化成六常数模型的必要条件之一,光心偏差的一次项修正也是将六常数模型简化为四常数模型的条件之一。

(2)对量度坐标作大气折射较差修正和光行差较差修正。它们的二次项修正是将十二常数模型简化成六常数模型的必要条件之一,当精度要求较高、视场又较大时,特别是在大天顶距条件下的观测,还应考虑大气折射较差修正的三次项。大气折射较差修正的一次项也是将六常数模型简化为四常数模型的必要条件之一,因为与二次项及高次项一道作了这种较差修正后,就不必先将参考星的赤道坐标真位置变换为受大气折射影响的视位置。至于周年光行差的一次项修正,可以简化掉参考星从年首平位置到观测历元真位置变换中周年光行差的部分。当精度要求更高及观测视场较大时,还应考虑周日光行差的一次项较差修正。

(3)测定出量度坐标系两轴不垂直的偏量及两轴方向比例尺之比,用于对量度坐标之一(x 或 y ,视具体公式的方便而定)作修正。这是将六常数模型简化为四常数模型的最重要的条件之一。对于 CCD 测量而言,芯片一旦安装后,这两个参考数都是稳定的,只要一次测定就能长期使用,当望远镜的终端经常更换,CCD 终端重新装上去后,只要能保证 CCD 芯片平面与望远镜光轴不正交的偏差量不变,则这些参数不需要重新测定。

测定了上述各个修正参量,并对量度坐标作了相应的修正和有关的较差修正后,就可以直接采用四常数模型实施理想坐标与量度坐标之间的转换。

这些修正参量都将通过量度坐标来测定,相应的修正公式以及较差修正公式也都以量度坐标为引数,如果仅要求修正到一次项,即只取到修正参量或大气折射常数及光行差常数的一次项与量度坐标一次项的乘积,则不存在修正顺序问题,因为作不同种类修正时产生的交叉项,或者是不同的修正参数的乘积与量度坐标的一次项相乘,以及各修正参数与量度坐标的二次项相乘的修正项,都是可以忽略的,从而可以根据修正的方便,确定修正顺序,一类类地修正,如果要考虑二次项甚至高次项的修正,则必须建立统一的含有交叉项的修正公式。

为了能看清各类修正项的变化规律,以及测定有关的修正参量,还应当一类类地分别推导,并分析拟定出最合理的测定顺序。作为一种途径,可以先利用小天顶距的观测(以便减小大气折射较差修正误差的影响),并且避免取用底片(或 CCD 图像)近边角区天体,以便减小二次项的影响,作过大气折射较差和周年光行差较差的一次项修正后,用来测定出量度坐标系两轴不垂直的偏量近似值和两轴方向比例尺之比的近似值,用于对量度坐标作第一次近似修正,进而在两坐标轴近似正交和两轴方向比例尺近似相等的条件下,作大气折射较差和光行差较差修正,包括它们的二次项甚至高次项修正,而后用作了这些修正的量度坐标来测定光心偏差和物镜组偏心畸变系数,并作修正。如果所测定出的各种修正参量较大,则应再分别测定出各参量近似值的改正量,以使它们逐步接近于真值。对于 CCD 测量而言,这些修正参量都比较稳定,可取多幅图像测定值,以多次测定的参量平均值作为修正的采用值。

下面将按这一顺序给出各修正参量的测定方法及其相应的修正公式、大气折射较差修正公式和光行差较差修正公式。

4.2.2 两轴不垂直偏量和两轴方向比例尺之比的测定

照相底片上的量度坐标所依据的量度坐标系,其两坐标轴不垂直和两轴方向比例尺不相等,主要是由坐标量度仪的误差引起的,拍照时底片与望远镜的光轴不垂直,也能产生这种误差,但因底片的尺寸比较大,在底片盒中安放的相对误差较小,底片盒本身又属于仪器的精度高的部件,所以底片与光轴不垂直的误差较小。CCD 图像上两坐标轴不垂直和两轴方向比例尺不相等,则来自 CCD 芯片的制造误差和安装误差。制造误差主要有:象元分布不均匀,象元面积也不完全一样,这将引起量度坐标的随机误差;象元制成与正方形有微小偏差的平行四边形,它的相邻两边不正交,直接引起图像上量度坐标系的两坐标轴不垂直;相邻两边的长度不相等,则使两轴方向的比例尺不相等。芯片的安装误差主要有:芯片绕望远镜光轴的旋转角,使量度坐标系的坐标轴方向与理想坐标系的坐标轴方向不一致,它的影响包含在所求解出的底片常数中;芯片的平面与望远镜光轴不垂直,由于 CCD 芯片的尺寸较小,使这种误差较大而不能忽略,它也将引起 CCD 图像的量度坐标系产生两坐标轴不垂直和两轴方向比例尺不相等。CCD 芯片一旦安装好后,这些误差都是不变的。

由于量度坐标系的两轴不垂直的偏量是一小量,两轴方向比例尺之比接近于 1,对于 CCD 测量而言,可以在将 CCD 芯片盒旋转约 90° 前后对着同一天区观测,取两幅图像中同一对天体的量度坐标作比较,采用逐步逼近的方法求解;对于照相底片,可以先按习惯方法在坐标量度仪上测定一对天体的量度坐标,而后将底片旋转约 90° ,重新测定这对天体,再作比较和求解。

以 CCD 测量为例,设一颗天体第一次观测得到的量度坐标为 (x', y') ,芯片盒左旋约 90° 后观测取得的量度坐标为 (x'', y'') ;并且设 x 轴方向的比例尺为 R , y 轴方向的比例尺为 βR , β 为接近于

1 的常数;量度坐标系如图 4.4 所示,设 x 轴与 y 轴之间的夹角为 $90^\circ - \theta$, θ 为一小量。作了这两种修正后的量度坐标为:

$$x = x' + \beta y' \sin \theta \quad (4.25a)$$

$$y = \beta y'$$

和

$$x = x'' + \beta y'' \sin \theta \quad (4.25b)$$

$$y = \beta y''$$

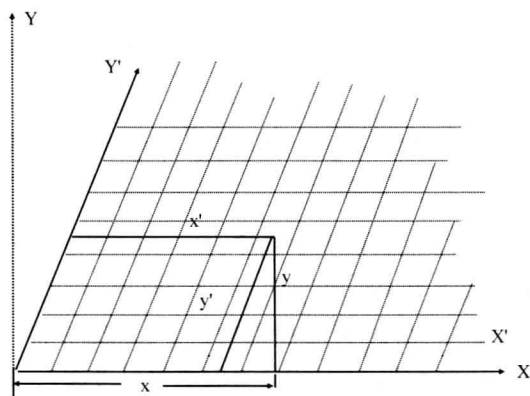


图 4.4

选择一对天体(1,2),用修正后的量度坐标计算的这一对天体在两幅 CCD 图像上的距离平方值 $[x_2 - x_1]^2 + (y_2 - y_1)^2$ 应相等,即:

$$\begin{aligned} & (x'_2 + \beta y'_2 \sin \theta - x'_1 - \beta y'_1 \sin \theta)^2 + \beta^2 (y'_2 - y'_1)^2 \\ &= (x''_2 + \beta y''_2 \sin \theta - x''_1 - \beta y''_1 \sin \theta)^2 + \beta^2 (y''_2 - y''_1)^2 \end{aligned} \quad (4.26)$$

作为第一次近似,先忽略(4.26)式中含 $\beta \sin \theta$ 的项,则得 β 的第一次近似值 β_1 :

$$\beta_1^2 = \frac{(x'_2 - x'_1)^2 - (x''_2 - x''_1)^2}{(y''_2 - y''_1)^2 - (y'_2 - y'_1)^2} \quad (4.27)$$

只要求选择这一对天体时, $(x'_2 - x'_1)^2$ 与 $(y'_2 - y'_1)^2$ 不是近似相

等,则(4.27)式右边的值必然为正值。为了提高 β 的测定精度,选择时,这一对天体的连线最好与 x 轴或 y 轴接近于平行,使(4.27)式右边的分母接近于两颗天体距离的平方。

选择另一对天体(3,4),将其量度坐标代入(4.26)式的展开式中,有:

$$\begin{aligned} & [(y'_4 - y'_3)^2 - (y''_4 - y''_3)^2](\beta \sin \theta)^2 \\ & + 2[(x'_4 - x'_3)(y'_4 - y'_3) - (x''_4 - x''_3)(y''_4 - y''_3)](\beta \sin \theta) \\ & = \beta^2(y''_4 - y''_3)^2 - (y'_4 - y'_3)^2 + (x''_4 - x''_3)^2 - (x'_4 - x'_3)^2 \end{aligned}$$

由于 θ 是小量,忽略 $(\beta \sin \theta)^2$,并且用 β 的第一次近似值代入,则有近似解:

$$2(\beta \sin \theta)_1 = \frac{\beta_1^2[(y''_4 - y''_3)^2 - (y'_4 - y'_3)^2] + (x''_4 - x''_3)^2 - (x'_4 - x'_3)^2}{(x'_4 - x'_3)(y'_4 - y'_3) - (x''_4 - x''_3)(y''_4 - y''_3)} \quad (4.28)$$

为了提高 $(\beta \sin \theta)$ 的测定精度,这一对天体的连线与 X 轴之间的夹角最好接近于 45° ,即 $(y'_4 - y'_3)^2$ 与 $(y''_4 - y''_3)^2$ 近似相等,这样既减小了忽略 $(\beta \sin \theta)^2$ 项引起的误差,以及减小了近似值 β_1 的误差影响,又使(4.28)式右边分母的数值尽可能大。

把所得的 $(\beta \sin \theta)_1$ 代入(4.26)式,重新求解 β ,则能得到更准确的值 β_2 :

$$\beta_2^2 = \frac{d'^2 - d''^2}{(y''_2 - y''_1)^2 - (y'_2 - y'_1)^2} \quad (4.29)$$

其中, $d' = (x'_2 - x'_1) + (y'_2 - y'_1)(\beta \sin \theta)_1$,

$$d'' = (x''_2 - x''_1) + (y''_2 - y''_1)(\beta \sin \theta)_1.$$

也可以再用 β_2 代替(4.28)式中的 β_1 ,以便得到更准确的 $(\beta \sin \theta)_2$,但由于(4.28)式中 β_1^2 的系数是小量,这一步对 $(\beta \sin \theta)$ 的改善将不显著。

对于照相底片,如上所述,在第一次测量后,将底片在坐标量度仪上右旋约 90° ,再作测量,以同样的要求选择星对,并采用同样

的公式求解,即能得到相应的修正参量。

修正参量 β 和 $(\beta \sin \theta)$ 的测定,不需要通过专门的观测进行,只要利用平时为课题和积累数据进行的观测,选择适当的星对用于求解,并且可利用多次观测和多星对求解的结果取平均,就能得到与量度坐标的测量精度相适应的修正参量,代入(4.25)式对量度坐标作修正。

4.2.3 大气折射较差修正

大气折射引起了天体视位置向天顶方向移动,移动量与天顶距有关。同一视场中,各天体的天顶距不一样,以致视位置的移动量也不一样,天顶距愈大,移动量也愈大;每颗天体的地平经度不相同,而大气折射位移又都以天顶点为奔赴点,使得视场内各天体视位置移动的方向也有差异。所以,大气折射引起了视场中各天体间的相对位置的变化,或者说照相底片上或 CCD 图像上天体像之间的相对位置的变化。作大气折射较差修正的目的在于把照相底片或 CCD 图像上天体像分布恢复成它们所对应的天球位置在心射切面上投影的原形,这样,相对于参考星的赤道坐标或理想坐标测量处理出的待测星的相应坐标中将不包含大气折射的影响,在求解底片常数或作底片重叠法连接求解时也更加方便。在拍摄底片或 CCD 露光过程中,天体的天顶距和地平经度都是不断变化的,如果露光时间较短,例如几分钟以内,可以取露光平均时刻天体在地平坐标系中的位置来计算较差修正,或者把露光时间分成几段,分别计算每段时间中央时刻的天体位置及各修正项的系数,然后再分别取各修正系数的平均值,从而避免各修正项中天体位置变化率对时间积分的运算,因为这些系数中会出现天体天顶距和星位角的较复杂的三角函数表达形式。在这方面,对 CCD 观测将更有利,因为 CCD 的量子效率高、露光时间较短。

对量度坐标作大气折射较差修正,最合理的是相对于视场中

央作修正,使得视场四周有相等的修正精度。由于对所有的天体而言,最直接得到的是未修正的量度坐标,因而必须推导以这种量度坐标为引数的修正公式。考虑到不仅是大气折射一种较差修正,应先推导出适用于不同较差修正的通用公式。再将不同类型的较差影响天体相对位置的表达式代入,即能得到各自的较差修正公式。

参照二元函数的台劳公式(写到三次项):

$$\begin{aligned}
 f(x, y) = (x_0, y_0) + \left[(x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} \right] f_{x=y_0}^{x=x_0} \\
 + \frac{1}{2!} \left[(x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} \right]^2 f_{x=y_0}^{x=x_0} \\
 + \frac{1}{3!} \left[(x - x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y - y_0) \frac{\partial}{\partial y} \right]^3 f_{x=y_0}^{x=x_0} \quad (4.30)
 \end{aligned}$$

(x', y') 在点 (x_0, y_0) 与 (x, y) 之间连线上。取到 $\Delta\alpha$ 、 $\Delta\delta$ 的二次项,有:

$$\begin{aligned}
 \Delta\alpha &= \Delta\alpha' + \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha} \Delta\alpha + \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\delta} \Delta\delta \\
 &\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha^2} \Delta\alpha^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial\delta^2} \Delta\delta^2 \\
 &\quad + \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha\partial\delta} \Delta\alpha \Delta\delta \\
 \Delta\delta &= \Delta\delta' + \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\alpha} \Delta\alpha + \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\delta} \Delta\delta \\
 &\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial\alpha^2} \Delta\alpha^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial\delta^2} \Delta\delta^2 \\
 &\quad + \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial\alpha\partial\delta} \Delta\alpha \Delta\delta \quad (4.31)
 \end{aligned}$$

$(\alpha - \alpha')$ 和 $(\delta - \delta')$ 为某种较差影响引起的天体赤道坐标的变化, (4.31) 式右边第一项 $\Delta\alpha'$ 和 $\Delta\delta'$ 为受较差影响的相对于视场中央 (α_0, δ_0) 的测量坐标差值, 是有待修正的, 第 2~6 项中的 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\delta$ 为不受较差影响的几何坐标差值, 是未知的, 作为修正公式的引

数,必须将它们变换为 $\Delta\alpha'$ 和 $\Delta\delta'$ 。作这种变换,并且仅取到较差影响因子(大气折射常数 R 或周年光行差常数 C, D)与 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\delta$ 乘积的三次项,有:

$$\begin{aligned}
 \Delta\alpha &= \Delta\alpha' + \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha} \Delta\alpha' + \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\delta} \Delta\delta' \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha^2} \Delta\alpha'^2 + \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha\partial\delta} \Delta\alpha' \Delta\delta' \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial\delta^2} \Delta\delta'^2 + \left[\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha} \right]^2 \Delta\alpha'^2 \\
 &+ \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha} \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\delta} \Delta\alpha' \Delta\delta' + \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\delta} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\alpha} \Delta\alpha' \\
 &+ \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\delta} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\delta} \Delta\delta' \\
 \Delta\delta &= \Delta\delta' + \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\alpha} \Delta\alpha' + \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\delta} \Delta\delta' \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial\alpha^2} \Delta\alpha'^2 + \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial\alpha\partial\delta} \Delta\alpha' \Delta\delta' \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial\delta^2} \Delta\delta'^2 \\
 &+ \left[\frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\delta} \right]^2 \Delta\delta'^2 + \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\delta} \Delta\alpha' \\
 &+ \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\alpha} \Delta\alpha' + \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\delta} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\alpha} \Delta\alpha' \\
 &+ \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\delta} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\delta} \Delta\delta'
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

上式右边前六项是较差影响因子的一次项,后四项是其二次项,由于这种因子仅几十角秒的量级,一般情况下都比 $\Delta\alpha'$ 和 $\Delta\delta'$ 小得多,所以这四项即使与第 4~6 项相比,也是小量修正。

为了将(4.32)式变换为量度坐标的修正表达式,由(4.6),取光心(A, D)为视场中央(α_0, δ_0),并且取到 $\Delta\alpha = \alpha - A$ 和 $\Delta\delta = \delta - D$ 的二次项,有:

$$\xi = \Delta\alpha \cos\delta_0 - \Delta\alpha \Delta\delta \sin\delta_0$$

$$\eta = \triangle \delta + \frac{1}{2} \triangle \alpha^2 \sin \triangle \delta_0 \cos \delta_0 \quad (4.33)$$

求解 $\triangle \alpha$ 和 $\triangle \delta$, 得几何坐标差值:

$$\begin{aligned} \triangle \alpha &= \sec \delta_0 (\xi + \xi \eta \operatorname{tg} \delta_0) \\ \triangle \delta &= \eta - \frac{1}{2} \xi^2 \operatorname{tg} \delta_0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

对于测量坐标差值, 相应地有:

$$\begin{aligned} \xi' &= \triangle \alpha' \cos \delta_0 - \triangle \alpha' \triangle \delta' \sin \delta_0 \\ \eta' &= \triangle \delta' + \frac{1}{2} \triangle \alpha'^2 \sin \triangle \delta_0 \cos \delta_0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} \triangle \alpha' &= \sec \delta_0 (\xi' + \xi' \eta' \operatorname{tg} \delta_0) \\ \triangle \delta' &= \eta' - \frac{1}{2} \xi'^2 \operatorname{tg} \delta_0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

这里为了推导的方便, 并在修正值的误差允许范围内, 取视场中央 (α_0, δ_0) 为量度坐标的原点, 即直接从 CCD 图像上取得的星像中心位置的象元读数, 都减去 CCD 芯片每个方向象元数之半, 对于 1024×1024 象元的芯片而言, 读数都减去 512, 得未作修正的量度坐标 (x', y') , 以 (512, 512) 与 (513, 513) 象元之间的顶点为量度坐标的原点, 对于 2048×2048 象元的芯片, 则减去 1024 得 (x', y') , 以 (1024, 1024) 与 (1025, 1025) 象元之间的顶点为量度坐标的原点, 余者类推。照相底片的测量读数也作类似的处理。这一原点的赤道坐标即为 (α_0, δ_0) , 相应地, 理想坐标 (ξ, η) 和 (ξ', η') 也相对于同一原点计量。如果从六常数底片模型转换为四常数模型的条件已具备, 即已作量度坐标系两轴不垂直及两轴方向比例尺不相等的修正, 则可以把 (4.11) 式简化为如下的几何坐标差值形式。

$$\begin{aligned} \xi &= ax + by \\ \eta &= -bx + ay \end{aligned} \quad (4.37)$$

相应地, 对于测量坐标差值, 有:

$$\begin{aligned}\xi' &= ax' + by' \\ \eta' &= -b'x + ay'\end{aligned}\quad (4.38)$$

取(4.33)式与(4.35)式之差,得:

$$\begin{aligned}\xi - \xi' &= \cos\delta_0(\triangle\alpha - \triangle\alpha') - \sin\delta_0(\triangle\alpha\triangle\delta - \triangle\alpha'\triangle\delta') \\ \eta - \eta' &= (\triangle\delta - \triangle\delta') - \frac{1}{2}\sin\delta_0\cos\delta_0(\triangle\alpha^2 - \triangle\alpha'^2)\end{aligned}\quad (4.39)$$

再取(4.37)式与(4.38)式之差,并作变换,有:

$$\begin{aligned}x - x' &= \frac{1}{a^2 + b^2} [a(\xi - \xi') - b(\eta - \eta')] \\ y - y' &= \frac{1}{a^2 + b^2} [b(\xi - \xi') + a(\eta - \eta')]\end{aligned}\quad (4.40)$$

将(4.39)式代入(4.40)式,得:

$$\begin{aligned}x &= x' + \frac{1}{a^2 + b^2} [a\cos\delta_0(\triangle\alpha - \triangle\alpha') - b(\delta - \triangle\delta') \\ &\quad - a\sin\delta_0(\triangle\alpha\triangle\delta - \triangle\alpha'\triangle\delta') \\ &\quad - \frac{1}{2}b\sin\delta_0\cos\delta_0(\triangle\alpha^2 - \triangle\alpha'^2)]\end{aligned}\quad (4.41a)$$

$$\begin{aligned}y &= y' + \frac{1}{a^2 + b^2} [a(\triangle\delta - \triangle\delta') + b\cos\delta_0(\triangle\alpha - \triangle\alpha') \\ &\quad - b\sin\delta_0(\triangle\alpha\triangle\delta - \triangle\alpha'\triangle\delta') \\ &\quad + \frac{1}{2}a\sin\delta_0\cos\delta_0(\triangle\alpha^2 - \triangle\alpha'^2)]\end{aligned}\quad (4.41b)$$

上式中的 $(\triangle\alpha - \triangle\alpha')$ 和 $(\triangle\delta - \triangle\delta')$ 可以从(4.32)式得到,同样从(4.32)式,只要取到较差影响的因子与 $\triangle\alpha'$ 、 $\triangle\delta'$ 乘积的三次项,有:

$$\begin{aligned}\triangle\alpha^2 - \triangle\alpha'^2 &= 2\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha}\triangle\alpha'^2 + 2\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\delta}\triangle\delta'\triangle\alpha' \\ \triangle\alpha\triangle\delta - \triangle\delta'\triangle\alpha' &= \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\alpha}\triangle\alpha'^2 + \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\delta}\triangle\delta'^2 \\ &\quad + \left[\frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial\delta} + \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial\alpha} \right] \triangle\alpha'\triangle\delta'\end{aligned}\quad (4.42)$$

根据上式右边各项因子的需要, 将 (4.38) 式代入 (4.36) 式, 有:

$$\begin{aligned} \triangle \alpha' = \sec \delta_0 [(ax' + by') - ab(x'^2 - y'^2) \operatorname{tg} \delta_0 \\ + (a^2 - b^2) x' y' \operatorname{tg} \delta_0] \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\triangle \delta' = -bx' + ay' - \frac{1}{2} (ax' + by')^2 \operatorname{tg} \delta_0$$

相应地, 仅取到 x' 和 y' 二次项, 有:

$$\triangle \alpha'^2 = \sec^2 \delta_0 (ax' + by')^2$$

$$\triangle \delta'^2 = (-bx' + ay')^2$$

$$\triangle \alpha' \triangle \delta' = \sec \delta_0 (ax' + by') (-bx' + ay') \quad (4.44)$$

将 (4.32)、(4.42)、(4.43) 和 (4.44) 式代入 (4.41) 式, 同样只取到较差影响因子与 x' 与 y' 乘积的三次项, 整理得:

$$\begin{aligned} x = x' + \frac{1}{a^2 + b^2} \Big[a^2 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} - ab \cos \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\ - ab \sec \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} + b^2 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \Big] x' \\ + \frac{1}{a^2 + b^2} \Big[ab \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} + a^2 \cos \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\ - b^2 \sec \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} - ab \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \Big] y' \\ + \frac{1}{a^2 + b^2} \Big[-a^2 b \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} - \frac{1}{2} a^3 \sin \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\ + (ab^2 - a^3) \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\ + \frac{3}{2} a^2 b \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \\ + \frac{1}{2} a^3 \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha^2} - a^2 b \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta \partial \alpha} \\ + \frac{1}{2} ab^2 \cos \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta^2} - \frac{1}{2} a^2 b \sec^2 \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha^2} \\ + ab^2 \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta \partial \alpha} - \frac{1}{2} b^3 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta^2} \Big] x'^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \left[-2ab^2 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} + b^2 \sin \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \right. \\
& - (3a^2b - b^3) \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\
& + (2ab^2 - a^3) \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \\
& + a^2 b \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha^2} + (a^3 - ab^2) \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta \partial \alpha} \\
& - a^2 b \cos \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta^2} \\
& - ab^2 \sec^2 \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha^2} \\
& - (a^2b - b^3) \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha \partial \delta} \\
& \left. + ab^2 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta^2} \right] x' y' \\
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \left[-b^3 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \right. \\
& - \left(\frac{3}{2} ab^2 + a^3 \right) \sin \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\
& - 2ab^2 \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\
& - \left(a^2b - \frac{1}{2} b^3 \right) \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \\
& + \frac{1}{2} ab^2 \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha^2} + a^2b \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha \partial \delta} \\
& + \frac{1}{2} a^3 \cos \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta^2} \\
& - \frac{1}{2} b^3 \sec^2 \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha^2} \\
& - ab^2 \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha \partial \delta} \\
& \left. - \frac{1}{2} a^2b \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta^2} \right] y'^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \left[a^2 \left(\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \right)^2 + b^2 \left(\frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \right)^2 \right. \\
& \quad - ab \cos \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\
& \quad - ab \sec \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\
& \quad + (a^2 + b^2) \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\
& \quad - ab \cos \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \\
& \quad \left. - ab \sec \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \right] x' \\
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \left[ab \left(\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \right)^2 - ab \left(\frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \right)^2 \right. \\
& \quad + a^2 \cos \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\
& \quad - b^2 \sec \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\
& \quad + a^2 \cos \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\
& \quad \left. - b^2 \sec \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \right] y' \tag{4.45} \\
y = y' + \frac{1}{a^2 + b^2} & \left[ab \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} - b^2 \cos \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \right. \\
& \quad \left. + a^2 \sec \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} - ab \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \right] x' \\
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \left[b^2 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} + ab \cos \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \right. \\
& \quad \left. + ab \sec \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} + a^2 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \right] y' \\
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \left[a^3 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} - \left(\frac{3}{2} a^2 b + b^3 \right) \sin \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \right. \\
& \quad \left. - 2a^2 b \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(ab^2 - \frac{1}{2} a^3 \right) \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \\
& + \frac{1}{2} a^2 b \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha^2} - ab^2 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha \partial \delta} \\
& + \frac{1}{2} b^3 \cos \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta^2} + \frac{1}{2} a^3 \sec^2 \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha^2} \\
& - a^2 b \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha \partial \delta} + \frac{1}{2} ab^2 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta^2} \Big] x'^2 \\
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \Big[2a^2 b \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} + a^3 \sin \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\
& + (a^3 - 3ab^2) \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\
& - (2a^2 b - b^3) \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \\
& + ab^2 \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha^2} + (a^2 b - b^3) \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha \partial \delta} \\
& - ab^2 \cos \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta^2} + a^2 b \sec^2 \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha^2} \\
& + (a^3 - ab^2) \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha \partial \delta} - a^2 b \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta^2} \Big] x' y' \\
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \Big[ab^2 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} - \frac{1}{2} b^3 \sin \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\
& + (a^2 b - b^3) \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\
& - \frac{3}{2} ab^2 \operatorname{tg} \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \\
& + \frac{1}{2} b^3 \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha^2} + ab^2 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha \partial \delta} \\
& + \frac{1}{2} a^2 b \cos \delta_0 \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta^2} + \frac{1}{2} ab^2 \sec^2 \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha^2} \\
& + a^2 b \sec \delta_0 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha \partial \delta} + \frac{1}{2} a^3 \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta^2} \Big] y'^2 \\
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \Big[ab \left(\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \right)^2 - ab \left(\frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \right)^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -b^2 \cos \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\
& + a^2 \sec \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\
& - b^2 \cos \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\
& + a^2 \sec \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \Big] x' \\
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \Big[b^2 \left(\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \right)^2 + a^2 \left(\frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \right)^2 \\
& + ab \cos \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \\
& + ab \sec \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\
& + (a^2 + b^2) \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \\
& + ab \cos \delta_0 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \\
& + ab \sec \delta_0 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \Big] y' \tag{4.46}
\end{aligned}$$

(4.45)和(4.46)式是作较差修正的通用公式,两式右边的前五个方括号内含有较差影响因子的一次项,后两个方括号中含有其二次项。如果需要更高精度的修正,即需要考虑到以量度坐标的三次项为引数的修正项,则需在(4.32)、(4.33)、(4.35)式中取到 $\Delta\alpha$ 、 $\Delta\delta$ 或 $\Delta\alpha'$ 、 $\Delta\delta'$ 的三次项,(4.42)和(4.44)式也需要作相应的扩充,并在(4.43)和(4.44)式中取到 x' 、 y' 的三次项,这样(4.45)和(4.46)式也将更为复杂。

为了推导天体的几何坐标与测量坐标之差 $(\alpha - \alpha')$ 和 $(\delta - \delta')$ 对 α 和 δ 求偏导数的表达式,对于大气折射的影响,根据球面天文学^[8],有:

$$\begin{aligned}
(\alpha - \alpha') &= -R \operatorname{tg} Z \sec \delta \sin q \\
(\delta - \delta') &= -R \operatorname{tg} Z \cos q \tag{4.47}
\end{aligned}$$

其中: Z 和 q 分别为视场中央的天顶距和星位角, R 为大气折射常数, 在标准大气状态下约为 $60.3''$, 取为 R_0 , R 与观测时气温 (T 摄氏度) 和气压 (P 毫米水银柱) 的近似关系为:

$$R = R_0 \frac{p}{760} \cdot \frac{273}{273 + T^\circ}$$

利用 Z, q 对 α 和 δ 的偏导数表达式:

$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha} = -\cos \delta_0 \sin q$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \delta} = -\cos q$$

和

$$\frac{\partial q}{\partial \alpha} = \sin \delta_0 - \cos \delta_0 \cos q \operatorname{ctg} Z$$

$$\frac{\partial q}{\partial \delta} = \sin q \operatorname{ctg} Z$$

将(4.47)式对 α 和 δ 求偏导数, 有:

$$\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} = R(1 + \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q - \operatorname{tg} Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos q$$

$$\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} = R \sec \delta_0 (\operatorname{tg}^2 Z \sin q \cos q - \operatorname{tg} Z \operatorname{tg} \delta_0 \sin q)$$

$$\frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} = R(\operatorname{tg}^2 Z \cos \delta_0 \sin q \cos q + \operatorname{tg} Z \sin \delta_0 \sin q)$$

$$\frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} = R(1 + \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q) \quad (4.48)$$

以及:

$$\frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha^2} = R(-2 \operatorname{tg}^3 Z \cos \delta_0 \sin^3 q$$

$$+ 3 \operatorname{tg}^2 Z \sin \delta_0 \sin q \cos q$$

$$+ \operatorname{tg} Z \sec \delta_0 \sin q - 3 \operatorname{tg} Z \cos \delta_0 \sin q)$$

$$\frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta \partial \alpha} = \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha \partial \delta}$$

$$\begin{aligned}
&= R(-2\mathrm{tg}^3 Z \sin^2 q \cos q + \mathrm{tg}^2 Z \mathrm{tg} \delta_0 \cos^2 q \\
&\quad - \mathrm{tg} Z \sec^2 \delta_0 \cos q + \mathrm{tg} \delta_0) \\
\frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta^2} &= R(-2\mathrm{tg}^3 Z \sec \delta_0 \sin q \cos^2 q \\
&\quad + 2\mathrm{tg}^2 Z \sec \delta_0 \mathrm{tg} \delta_0 \sin q \cos q \\
&\quad - 2\mathrm{tg} Z \sec^3 \delta_0 \sin q) \\
\frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha^2} &= R[-2\mathrm{tg}^3 Z \cos^2 \delta_0 \sin^2 q \cos q \\
&\quad + \mathrm{tg}^2 Z \sin \delta_0 \cos \delta_0 (1 - 3\sin^2 q) \\
&\quad - \mathrm{tg} Z \cos q \cos 2\delta_0 - \sin \delta_0 \cos \delta_0] \\
\frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha \partial \delta} &= \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta \partial \alpha} \\
&= R(-2\mathrm{tg}^3 Z \cos \delta_0 \sin q \cos^2 q \\
&\quad - 2\mathrm{tg}^2 Z \sin \delta_0 \sin q \cos q) \\
\frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta^2} &= R(-2\mathrm{tg}^3 Z \cos^3 q - 2\mathrm{tg} Z \cos q) \tag{4.49}
\end{aligned}$$

为满足(4.45)式和(4.46)式的需要,由(4.48)式可得:

$$\begin{aligned}
\left[\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \right]^2 &= R^2(1 + \mathrm{tg}^4 Z \sin^4 q - 2\mathrm{tg}^3 Z \mathrm{tg} \delta_0 \sin^2 q \cos q \\
&\quad + \mathrm{tg}^2 Z \mathrm{tg}^2 \delta_0 \cos^2 q + 2\mathrm{tg}^2 Z \sin^2 q \\
&\quad - 2\mathrm{tg} Z \mathrm{tg} \delta_0 \cos q) \\
\left[\frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} \right]^2 &= R^2(1 + \mathrm{tg}^4 Z \cos^4 q + 2\mathrm{tg}^2 Z \cos^2 q) \\
\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} &= R^2 \mathrm{tg} Z \sec \delta_0 \sin q \\
&\quad \times (\mathrm{tg}^3 Z \sin^2 q \cos q - \mathrm{tg}^2 Z \mathrm{tg} \delta_0 \\
&\quad + \mathrm{tg} Z \sec^2 \delta_0 \cos q - \mathrm{tg} \delta_0) \\
\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} &= R^2 \mathrm{tg} Z \cos \delta_0 \sin q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times [\operatorname{tg}^3 Z \sin^2 q \cos q - \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos 2q \\
& + \operatorname{tg} Z (1 - \operatorname{tg}^2 \delta_0) \cos q + \operatorname{tg} \delta_0] \\
\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} &= R^2 (1 + \operatorname{tg}^4 Z \sin^2 q \cos^2 q \\
& - \operatorname{tg}^3 Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos^3 q + \operatorname{tg}^2 Z \\
& - \operatorname{tg} Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos q) \\
\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} &= R^2 \operatorname{tg} Z^2 \sin^2 q (\operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q - \operatorname{tg}^2 \delta_0) \\
\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} &= R^2 \operatorname{tg} Z \sec \delta_0 \sin q \\
& \times (\operatorname{tg}^3 Z \cos^3 q - \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos^2 q \\
& + \operatorname{tg} Z \cos q - \operatorname{tg} \delta_0) \\
\frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} &= R^2 \operatorname{tg} Z \cos \delta_0 \sin q \\
& \times (\operatorname{tg}^3 Z \cos^3 q + \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos^2 q \\
& + \operatorname{tg} Z \cos q + \operatorname{tg} \delta_0) \tag{4.50}
\end{aligned}$$

将(4.48)、(4.49)和(4.50)式分别代入(4.45)和(4.46)式,则得对量度坐标作大气折射较差修正的公式,准确到 R 、 x' 和 y' 乘积的三次项,即量度坐标的二次项:

$$\begin{aligned}
x &= x' + \frac{R}{a^2 + b^2} [a^2 (1 + \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q - \operatorname{tg} Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos q) \\
& - 2ab \operatorname{tg}^2 Z \sin q \cos q \\
& + b^2 (1 + \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q)] x' \\
& + \frac{R}{a^2 + b^2} [a^2 \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg} Z \cos q - \operatorname{tg} \delta_0) \\
& - ab \operatorname{tg} Z (\operatorname{tg} Z \cos 2q + \operatorname{tg} \delta_0 \cos q) \\
& - b^2 \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg} Z \cos q + \operatorname{tg} \delta_0)] y' \\
& - \frac{R}{a^2 + b^2} [a^3 \operatorname{tg} Z \sin q (1 + \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -3a^2 b \operatorname{tg} Z \cos q (\operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q + \frac{1}{2} \sec \delta_0) \\
& + ab^2 \operatorname{tg} Z \sin q (3 \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q + 1) \\
& - b^3 \operatorname{tg} Z \cos q (\operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q + 1)] x'^2 \\
& - \frac{R}{a^2 + b^2} [a^3 (2 \operatorname{tg}^3 Z \sin^2 q \cos q \\
& + \operatorname{tg} Z \sec^2 \delta_0 \cos q + \operatorname{tg}^2 \delta_0) \\
& - 2a^2 b \operatorname{tg}^3 Z \sin q (\cos^2 q + 1) \\
& + 2ab^2 \operatorname{tg} Z \cos q \\
& \times (\operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q - 2 \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q + \operatorname{tg}^2 \delta_0) \\
& + 2b^3 \operatorname{tg}^3 Z \sin q \cos q] x' y' \\
& - \frac{R}{a^2 + b^2} [a^3 \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q + 1) \\
& + a^2 b \operatorname{tg} Z \cos q (2 \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q - \sec^2 \delta_0) + ab^2 \operatorname{tg} Z \sin q \\
& \times (1 - \operatorname{tg}^2 \delta_0 - 2 \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q + \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q) \\
& - b^3 \operatorname{tg} Z \cos q \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q + 0.5 \sec^2 \delta_0] y'^2 + F_x(R^2)
\end{aligned} \tag{4.51}$$

$$\begin{aligned}
y = y' + \frac{R}{a^2 + b^2} [& a^2 \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg} Z \cos q + \operatorname{tg} \delta_0) \\
& - ab \operatorname{tg} Z (\operatorname{tg} Z \cos 2q + \operatorname{tg}^2 \delta_0 \cos q) \\
& + b^2 \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg} Z \cos q - \operatorname{tg} \delta_0)] x' \\
& + \frac{R}{a^2 + b^2} [a^2 (1 + \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q) + ab \operatorname{tg}^2 Z \sin 2q \\
& + b^2 (1 + \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q - \operatorname{tg} Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos q)] y' \\
& - \frac{R}{a^2 + b^2} [a^3 \operatorname{tg} Z \cos q (\operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q + \frac{1}{2} \sec^2 \delta_0) - a^2 b \operatorname{tg} Z \sin q \\
& \times (\operatorname{tg}^3 Z \cos 2q + \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q - 1) \\
& + ab^2 \operatorname{tg} Z \cos q \\
& \times (\operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q - 2 \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q - \operatorname{tg}^2 \delta_0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + b^3 \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q + 1)] x'^2 \\
& - \frac{R}{a^2 + b^2} [2a^3 \operatorname{tg}^3 Z \sin q \cos^2 q \\
& \quad + 2a^2 b \operatorname{tg} Z \cos q \\
& \quad \times (2 \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q - \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q + \operatorname{tg}^2 \delta_0) \\
& \quad - 2ab^2 \operatorname{tg}^3 Z \sin q (2 \cos^2 q - \sin^2 q) \\
& \quad - b^3 \operatorname{tg} Z \cos q \\
& \quad \times (2 \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q + \sec^2 \delta_0)] x' y' \\
& - \frac{R}{a^2 + b^2} [a^3 \operatorname{tg} Z \cos q (\operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q + 1) \\
& \quad + a^2 b \operatorname{tg} Z \sin q (3 \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q + 1) \\
& \quad + 3ab^2 \operatorname{tg} Z \cos q (\operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q + \frac{1}{2} \sec^2 \delta_0) \\
& \quad + b^3 \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q + 1)] y'^2 + F_y(R^2) \quad (4.52)
\end{aligned}$$

其中: R^2 项的表达式 $F_x(R^2)$ 和 $F_y(R^2)$ 为:

$$\begin{aligned}
F_x(R^2) = & \frac{R^2}{a^2 + b^2} [a^2 (\operatorname{tg}^4 Z \sin^2 q - 2 \operatorname{tg}^3 Z \operatorname{tg} \delta_0 \sin^2 q \cos q \\
& \quad + \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg}^2 \delta_0 \cos 2q + 2 \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q \\
& \quad - 2 \operatorname{tg} Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos q + 1) \\
& \quad - ab \operatorname{tg}^2 Z \sin 2q (\operatorname{tg}^2 Z - \operatorname{tg} Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos q + 2) \\
& \quad + b^2 (\operatorname{tg}^4 Z \cos^2 q + 2 \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q \\
& \quad - \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg}^2 \delta_0 \sin^2 q + 1)] x' \\
& + \frac{R^2}{a^2 + b^2} [a^2 \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg}^3 Z \cos q - \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg} \delta_0 \\
& \quad - \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos^2 q + 2 \operatorname{tg} Z \cos q \\
& \quad + \operatorname{tg} Z \operatorname{tg}^2 \delta_0 \cos q - 2 \operatorname{tg} \delta_0) \\
& \quad - ab \operatorname{tg} Z (\operatorname{tg}^3 Z \cos 2q + \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg} \delta_0 \sin q \sin 2q \\
& \quad + 2 \operatorname{tg} Z \cos 2q - \operatorname{tg} Z \operatorname{tg}^2 \delta_0 \cos^2 q + 2 \operatorname{tg} \delta_0 \cos q) \\
& \quad - b^2 \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg}^3 Z \cos q + \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg} \delta_0 \sin^2 q
\end{aligned}$$

$$+ 2\mathrm{tg}Z\cos q - \mathrm{tg}Z\mathrm{tg}^2\delta_0\cos q + 2\mathrm{tg}\delta_0)]y' \quad (4.53)$$

$$\begin{aligned} F_y(R^2) = & \frac{R^2}{a^2 + b^2} [a^2\mathrm{tg}Z\sin q (\mathrm{tg}^3Z\cos q + \mathrm{tg}^2Z\mathrm{tg}\delta_0\sin^2q \\ & + 2\mathrm{tg}Z\cos q - \mathrm{tg}Z\mathrm{tg}^2\delta_0\cos q + 2\mathrm{tg}\delta_0) \\ & - ab\mathrm{tg}Z(\mathrm{tg}^3Z\cos 2q \\ & + \mathrm{tg}^2Z\mathrm{tg}\delta_0\sin q\sin 2q + 2\mathrm{tg}Z\cos 2q \\ & - \mathrm{tg}Z\mathrm{tg}^2\delta_0\cos^2q + 2\mathrm{tg}\delta_0\cos q) \\ & - b^2\mathrm{tg}Z\sin q (\mathrm{tg}^3Z\cos q - \mathrm{tg}^2Z\mathrm{tg}\delta_0 \\ & - \mathrm{tg}^2Z\mathrm{tg}\delta_0\cos^2q + 2\mathrm{tg}Z\cos q \\ & + \mathrm{tg}Z\mathrm{tg}^2\delta_0\cos q - 2\mathrm{tg}\delta_0)]x' \\ & + \frac{R^2}{a^2 + b^2} [a^2(\mathrm{tg}^4Z\cos^2q + 2\mathrm{tg}^2Z\cos^2q \\ & - \mathrm{tg}^2Z\mathrm{tg}^2\delta_0\sin^2q + 1) \\ & + ab\mathrm{tg}^2Z\sin 2q (\mathrm{tg}^2Z - \mathrm{tg}Z\mathrm{tg}\delta_0\cos q + 2) \\ & + b^2(\mathrm{tg}^4Z\sin^2q - 2\mathrm{tg}^3Z\mathrm{tg}\delta_0\sin^2q\cos q \\ & + 2\mathrm{tg}^2Z\sin^2q + \mathrm{tg}^2Z\mathrm{tg}^2\delta_0\cos 2q \\ & - 2\mathrm{tg}Z\mathrm{tg}\delta_0\cos q + 1)]y' \quad (4.54) \end{aligned}$$

对于 $5^\circ \times 5^\circ$ 的视场, 在 $Z = 60^\circ$ 的条件下, $F_x(R^2)$ 和 $F_y(R^2)$ 最大为 $0.015''$ 的量级, 当 $Z = 45^\circ$ 时, 最大值仅为 $0.002''$, $2^\circ \times 2^\circ$ 的视场又比其小 2.5 倍, 所以, 对于 $2^\circ \times 2^\circ$ 的视场, 不必考虑 $F_x(R^2)$ 和 $F_y(R^2)$ 项, 对于较大的视场, 当天顶距不大于 45° 时, 也不必考虑它们。

当底片常数 b 接近于零时, 即量度坐标系与理想坐标系的坐标轴接近于平行, 或者利用初步求解出的底片常数 a_0 和 b_0 先对量度坐标系作旋转, 使两个坐标系的坐标轴接近于平行, 则 (4.51) 和 (4.52) 式可以简化。这一要求对于 CCD 测量是比较方便的, 因为它的底片常数比较稳定。对于 $2^\circ \times 2^\circ$ 的视场, 只需在相对精度

为千分之一的范围内 b 为零, 或对于 $5^\circ \times 5^\circ$ 的视场在万分之三的相对精度内 b 为零, 则对于天顶距不大于 60° 的观测, (4.51) 和 (4.52) 式简化为:

$$\begin{aligned}
 x &= x' + R(1 + \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q - \operatorname{tg} Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos q) x' \\
 &\quad + R \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg} Z \cos q - \operatorname{tg} \delta_0) y' \\
 &\quad - R \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q + 1) ax'^2 \\
 &\quad - R(2 \operatorname{tg}^3 Z \sin^2 q \cos q + \operatorname{tg} Z \sec^2 \delta_0 \cos q + \operatorname{tg} \delta_0) ax' y' \\
 &\quad - R \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q + 1) ay'^2 + F_x(R^2) \\
 y &= y' + R \operatorname{tg} Z \sin q (\operatorname{tg} Z \cos q + \operatorname{tg} \delta_0) x' \\
 &\quad + R(1 + \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q) y' \\
 &\quad - R \operatorname{tg} Z \cos q (\operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q + \frac{1}{2} \sec^2 \delta_0) ax'^2 \\
 &\quad - 2R \operatorname{tg}^3 Z \sin q \cos^2 q ax' y' \\
 &\quad - R \operatorname{tg} Z \cos q (\operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q + 1) ay'^2 + F_y(R^2) \quad (4.55)
 \end{aligned}$$

相应地 $F_x(R^2)$ 和 $F_y(R^2)$ 也被简化为:

$$\begin{aligned}
 F_x(R^2) &= R^2(\operatorname{tg}^4 Z \sin^2 q - 2 \operatorname{tg}^3 Z \operatorname{tg} \delta_0 \sin^2 q \cos q + \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg}^2 \delta_0 \cos 2q \\
 &\quad + 2 \operatorname{tg}^2 Z \sin^2 q - 2 \operatorname{tg} Z \operatorname{tg} \delta_0 \cos q + 1) x' \\
 &\quad + R^2 \operatorname{tg} Z \sin q [\operatorname{tg}^3 Z \cos q - \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg} \delta_0 (1 + \cos^2 q) \\
 &\quad + \operatorname{tg} Z \cos q (2 + \operatorname{tg}^2 \delta_0) - 2 \operatorname{tg} \delta_0] y' \\
 F_y(R^2) &= R^2 \operatorname{tg} Z \sin q [\operatorname{tg}^3 Z \cos q + \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg} \delta_0 \sin^2 q \\
 &\quad + \operatorname{tg} Z \cos q (2 - \operatorname{tg}^2 \delta_0) + 2 \operatorname{tg} \delta_0] x' \\
 &\quad + R^2(\operatorname{tg}^4 Z \cos^2 q + 2 \operatorname{tg}^2 Z \cos^2 q - \operatorname{tg}^2 Z \operatorname{tg}^2 \delta_0 \sin^2 q + 1) y' \quad (4.56)
 \end{aligned}$$

(4.55) 式中的 a 含有比例尺的因子, 不能取为 1。

为了能直观地看到大气折射较差修正中的二次项的大小, 在表 4.1 和表 4.2 中分别就在纬度 $\varphi = 25^\circ$ 和 45° 处, 在天顶距为 45° 和 60° 的条件下, 观测几个不同赤纬的天区时, 给出了 $2^\circ \times 2^\circ$ 视场

边角处各二次项修正值,从列表看出,如果仅用六常数底片模型作量度坐标与理想坐标之间的转换,不作大气折射较差修正,对于 $2^\circ \times 2^\circ$ 的视场,其转换精度只能达到 $\pm 0.10''$ 的量级,对于 $4^\circ \times 4^\circ$ 的视场,转换精度还将降低四倍,远不能适应 CCD 测量的精度要求。

关于量度坐标三次项修正的量级,对于 $2^\circ \times 2^\circ$ 的视场,当天顶距为 $Z = 45^\circ$ 时,最大修正值仅有表 4.1 和表 4.2 中所列数值的 $1/57$,当 $Z = 60^\circ$ 时,则为表列值的 $1/33$. 都是可以忽略的,但对于 $5^\circ \times 5^\circ$ 的视场,三次项的最大修正值分别为表列值的 $1/4$ 和 $1/2$,是应给予考虑的,不过对于 CCD 测量而言,视场都较小,一般不会大于 $2^\circ \times 2^\circ$,在目前的测量精度下,不必考虑三次项修正。

表 4.1 在 $\varphi = 25^\circ$ 处对 $Z = 45^\circ$ 和 60° 观测,大气折射较差修正的二次项
(单位 $1.0''$)

天顶距 Z		45°			60°		
天体赤纬 δ		20°	40°	60°	20°	40°	60°
X	x'^2 项	-0.034	-0.037	-0.026	-0.112	-0.123	-0.127
	$x'y'$ 项	-0.015	+0.004	+0.053	-0.064	-0.037	+0.008
	y'^2 项	-0.019	-0.018	-0.020	-0.034	-0.032	-0.034
y	x'^2 项	-0.007	+0.004	+0.053	-0.032	-0.018	+0.004
	$x'y'$ 项	-0.003	0	+0.009	-0.017	-0.004	0
	y'^2 项	-0.005	+0.001	+0.013	-0.013	-0.005	+0.001

表 4.2 在 $\varphi = 45^\circ$ 处对 $Z = 45^\circ$ 和 60° 观测, 大气折射较差修正的二次项
(单位 $1.0''$)

天顶距 Z		45°			60°		
天体赤纬 δ		20°	40°	60°	20°	40°	60°
X	x'^2 项	-0.020	-0.029	-0.034	-0.064	-0.077	-0.076
	$x'y'$ 项	-0.028	-0.028	-0.029	-0.095	-0.105	+0.095
	y'^2 项	-0.020	-0.020	-0.019	-0.055	-0.052	-0.054
y	x' 项	-0.014	-0.014	-0.014	-0.047	-0.052	-0.076
	$x'y'$ 项	-0.013	-0.007	-0.003	-0.062	-0.052	-0.059
	y'^2 项	-0.019	-0.010	-0.005	-0.048	-0.037	-0.044

4.2.4 光行差较差修正

光行差较差修正, 与大气折射较差修正类似, 因为光行差也引起天体的视位置向奔赴点位移, 移动量与天体在天球上的位置有关, 同一视场中, 不同天体的位置不同, 位移量不同, 移动方向也稍有差异, 所以这种现象也引起了视场中天体相对位置的变化。作光行差较差修正的目的也在于把照相底片或 CCD 图像上天体像的分布恢复成它们所对应的天球区在心射切面上投影的原形, 最方便的修正途径也是相对于视场中央对量度坐标作修正, 并且以未作修正的量度坐标为引数。

这里需作较差修正的有周年光行差和周日光行差两种, 前者的奔赴点在地球绕太阳运行的瞬时速度方向, 它引起的位移除了与地球的瞬时轨道位置有关以外, 还与天体的赤道坐标有关; 周日光行差的奔赴点为观测者的东点, 其位移量与天体的时角和赤纬有关。现分别推导它们的较差修正公式。

由球面天文学^[9], 与(4.47)式的意义一样, 有:

$$\begin{aligned}(\alpha - \alpha')'' &= -15(Cc + Dd) \\ (\delta - \delta')'' &= -(Cc' + Dd')\end{aligned}\quad (4.57)$$

其中: C 和 D 为白塞耳日数, 与周年光行常数(约为 $20.5''$)及地球的瞬时轨道位置有关, 在天文年历中载出了每天的数值, c 、 d 、 c' 和 d' 为与天体赤道坐标 (α, δ) 及黄赤交角 ϵ 有关的恒星常数:

$$\begin{aligned}c &= \frac{1}{15} \cos \alpha \sec \delta \\ d &= \frac{1}{15} \sin \alpha \sec \delta \\ c' &= \operatorname{tg} \epsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta \\ d' &= \cos \alpha \sin \delta\end{aligned}$$

将它们代入(4.57)式, 并且都以角秒为单位, 有:

$$\begin{aligned}(\alpha - \alpha')'' &= -\sec \delta (C \cos \alpha + D \sin \alpha) \\ (\delta - \delta')'' &= -C(\operatorname{tg} \epsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta) - D \cos \alpha \sin \delta\end{aligned}\quad (4.58)$$

(4.58)式分别对 α 和 δ 求一阶偏导数和二阶偏导数, 得:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} &= \sec \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha) \\ \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} &= -\sec \delta \operatorname{tg} \delta (C \cos \alpha + D \sin \alpha) \\ \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} &= \sin \delta (C \cos \alpha + D \sin \alpha) \\ \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} &= C \operatorname{tg} \epsilon \sin \delta + \cos \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha) \\ \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha^2} &= \sec \delta (C \cos \alpha + D \sin \alpha) \\ \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha \partial \delta} &= \frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta \partial \alpha} \\ &= \sec \delta \operatorname{tg} \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha)\end{aligned}\quad (4.59)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2(\alpha - \alpha')}{\partial \delta^2} &= -\sec^3 \delta (1 + \sin^2 \delta) (C \cos \alpha + D \sin \alpha) \\
\frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha^2} &= -\sin \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha) \\
\frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \alpha \partial \delta} &= \frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta \partial \alpha} \\
&= \cos \delta (C \cos \alpha + D \sin \alpha) \\
\frac{\partial^2(\delta - \delta')}{\partial \delta^2} &= C \operatorname{tg} \epsilon \cos \delta - \sin \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha) \quad (4.60)
\end{aligned}$$

将(4.59)和(4.60)式代入(4.45)和(4.46)式,取视场中央的赤道坐标为 (α, δ) ,并略去与(4.50)式相对应的项,即与(4.51)和(4.52)式中与 $F_x(R^2)$ 及 $F_y(R^2)$ 相对应的项 $F_x(C^2, CD, D^2)$ 和 $F_y(C^2, CD, D_2)$,得:

$$\begin{aligned}
x = x' &= \frac{1}{a^2 + b^2} \left[a^2 \sec \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha) \right. \\
&\quad \left. + b^2 \cos \delta (C \operatorname{tg} \epsilon \operatorname{tg} \delta + C \sin \alpha - D \cos \alpha) \right] x' \\
&\quad + \frac{1}{a^2 + b^2} \left[- (a^2 + b^2) \operatorname{tg} \delta (C \cos \alpha + D \sin \alpha) \right. \\
&\quad \left. - ab \sin \delta (C \operatorname{tg} \epsilon - C \operatorname{tg} \delta \sin \alpha + D \operatorname{tg} \delta \cos \alpha) \right] y' \\
&\quad + \frac{1}{a^2 + b^2} \left\{ \frac{1}{2} (C \cos \alpha + D \sin \alpha) \right. \\
&\quad \left. - \frac{3}{2} a^2 b \operatorname{tg} \delta \sin \delta \times [\operatorname{tg} \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha) - \operatorname{tg} \epsilon] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} ab^2 (C \cos \alpha + D \sin \alpha) - \frac{1}{2} b^3 [C \operatorname{tg} \epsilon \cos \delta \right. \\
&\quad \left. - \sin \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha)] \right\} x'^2 \\
&\quad + \frac{1}{a^2 + b^2} \left\{ a^3 \sin \delta \operatorname{tg} \delta \right. \\
&\quad \times [-C \operatorname{tg} \epsilon + \operatorname{tg} \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha)] \\
&\quad \left. + a^2 b (C \cos \alpha + D \sin \alpha) + ab^2 [C \operatorname{tg} \epsilon \sec \delta (\sin^2 \delta + 1) \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sin\delta(2\operatorname{tg}^2\delta+1)(C\sin\alpha-D\cos\alpha)] \\
& +b^3(C\cos\alpha+D\sin\alpha)\}x'y' \\
& +\frac{1}{a^2+b^2}\left\{-\frac{1}{2}a^3(C\cos\alpha+D\sin\alpha)\right. \\
& \quad -a^2b\left[\frac{1}{2}C\operatorname{tg}\epsilon\sec\delta(1+\sin^2\delta)\right. \\
& \quad \left.-\sin\delta(\operatorname{tg}^2\delta+\frac{1}{2})(C\sin\alpha-D\cos\alpha)\right] \\
& \quad \left.-\frac{1}{2}ab^2(C\cos\alpha+D\sin\alpha)\right. \\
& \quad \left.+\frac{1}{2}b^3\sin\delta\operatorname{tg}\delta[C\operatorname{tg}\epsilon-\operatorname{tg}\delta(C\sin\alpha-D\cos\alpha)]\right\}y'^2 \\
& \hspace{15em} (4.61)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y &= y' + \frac{1}{a^2+b^2}\left\{(a^2+b^2)\operatorname{tg}\delta(C\cos\alpha+D\sin\alpha)\right. \\
& \quad \left.-ab\sin\delta[C\operatorname{tg}\epsilon-\operatorname{tg}\delta(C\sin\alpha-D\cos\alpha)]\right\}x' \\
& +\frac{1}{a^2+b^2}\left[a^2\cos\delta(C\operatorname{tg}\epsilon\operatorname{tg}\delta+C\sin\alpha-D\cos\alpha)\right. \\
& \quad \left.+b^2\sec\delta(C\sin\alpha-D\cos\alpha)\right]y' \\
& +\frac{1}{a^2+b^2}\left\{\frac{1}{2}a^3\sin\delta\operatorname{tg}\delta\times[-C\operatorname{tg}\epsilon+\operatorname{tg}\delta(C\sin\alpha-D\cos\alpha)]\right. \\
& \quad \left.-\frac{1}{2}a^2b(C\cos\alpha+D\sin\alpha)\right. \\
& \quad \left.+ab^2\left[\frac{1}{2}C\operatorname{tg}\epsilon\sec\delta(\sin^2\delta+1)\right.\right. \\
& \quad \left.-\sin\delta(\operatorname{tg}^2\delta+\frac{1}{2})(C\sin\alpha-D\cos\alpha)\right] \\
& \quad \left.-\frac{1}{2}b^3(C\cos\alpha+D\sin\alpha)\right\}x'^2 \\
& +\frac{1}{a^2+b^2}\left\{a^3(C\cos\alpha+D\sin\alpha)\right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -a^2b[C \operatorname{tg} \varepsilon \sec \delta (\sin^2 \delta + 1) \\
& - \sin \delta (2 \operatorname{tg}^2 \delta + 1) (C \sin \alpha - D \cos \alpha)] \\
& \quad + ab^2 (C \cos \alpha + D \sin \alpha) + b^3 \sin \delta \operatorname{tg} \delta \\
& \quad \times [C \operatorname{tg} \varepsilon - \operatorname{tg} \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha)] \} x' y' \\
& + \frac{1}{a^2 + b^2} \left\{ \frac{1}{2} a^3 \cos \delta [C \operatorname{tg} \varepsilon - \operatorname{tg} \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha)] \right. \\
& \quad + \frac{1}{2} a^2 b (C \cos \alpha + D \sin \alpha) - \frac{3}{2} ab^2 \sin \delta \operatorname{tg} \delta \\
& \quad \times [C \operatorname{tg} \varepsilon - \operatorname{tg} \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha)] \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} b^3 \operatorname{tg}^2 \delta (C \cos \alpha + D \sin \alpha) \right\} y'^2 \quad (4.62)
\end{aligned}$$

(4.61)和(4.62)式即为周年光行差较差修正公式。由于周年光行差常数为标准大气状态下大气折射常数的 $1/3$ 的量级,周年光行差较差修正的量级仅是 $Z = 45^\circ$ 观测的大气折射较差修正的 $1/3$ 的量级,如前所述,当观测的天顶距不大于 45° 时, $F_x(R^2)$ 和 $F_y(R^2)$ 可以不必考虑,所以这里相应的周年光行差常数二次项的影响 $F_x(C^2, CD, D^2)$ 和 $F_y(C^2, CD, D^2)$ 也可以忽略。

与大气折射较差修正一样,如果底片常数 b 接近于零,或利用求解出的初值 a_0 和 b_0 对量度坐标系作旋转后使新的 b 值接近于零,则(4.61)和(4.62)可简化为:

$$\begin{aligned}
x &= x' + \sec \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha) x' - \operatorname{tg} \delta (C \cos \alpha + D \sin \alpha) y' \\
& \quad + \frac{1}{2} a (C \cos \alpha + D \sin \alpha) x'^2 \\
& \quad + a \sin \delta \operatorname{tg} \delta [- C \operatorname{tg} \varepsilon + \operatorname{tg} \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha)] x' y' \\
& \quad - \frac{1}{2} a (C \cos \alpha + D \sin \alpha) y'^2 \\
y &= y' + \operatorname{tg} \delta (C \cos \alpha + D \sin \alpha) x' \\
& \quad + \cos \delta (C \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta + C \sin \alpha - D \cos \alpha) y' \\
& \quad - \frac{1}{2} a \sin \delta \operatorname{tg} \delta [C \operatorname{tg} \varepsilon - \operatorname{tg} \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha)] x'^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ a(C \cos \alpha + D \sin \alpha) x' y' \\
 &+ \frac{1}{2} a \cos \delta [C \operatorname{tg} \epsilon - \operatorname{tg} \delta (C \sin \alpha - D \cos \alpha)] y'^2 \quad (4.63)
 \end{aligned}$$

关于周日光行差较差修正,由球面天文学有:

$$\begin{aligned}
 \alpha - \alpha' &= -K \sec \delta \cos(T - \alpha) \\
 \delta - \delta' &= -K \sin \delta \sin(T - \alpha) \quad (4.64)
 \end{aligned}$$

其中: K 为周日光行差常数,取为 $0.319''$, T 为露光平均时刻的地方恒星时,因为这种较差修正的量级较小, T 取露光平均时刻已能满足精度要求,不必作更细微的考虑。取(4.64)式的偏导数:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \alpha} &= -K \sec \delta \sin(T - \alpha) \\
 \frac{\partial(\alpha - \alpha')}{\partial \delta} &= -K \sec \delta \operatorname{tg} \delta \cos(T - \alpha) \\
 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \alpha} &= +K \sin \delta \cos(T - \alpha) \\
 \frac{\partial(\delta - \delta')}{\partial \delta} &= -K \cos \delta \sin(T - \alpha) \quad (4.65)
 \end{aligned}$$

由 K 值的大小来估计,周日光行差较差修正比大气折射较差修正和周年光行差较差修正约小两个数量级左右,即使对于 $5^\circ \times 5^\circ$ 视场,也不必考虑量度坐标二次项的修正, K^2 项更可以忽略,所以,只需将(4.65)式代入(4.45)和(4.46)式右边的前两个方括号中,得:

$$\begin{aligned}
 x &= x' - \frac{K}{a^2 + b^2} (a^2 \sec \delta + b^2 \cos \delta) \sin(T - \alpha) x' \\
 &\quad - \frac{K}{a^2 + b^2} \operatorname{tg} \delta [(a^2 + b^2) \cos(T - \alpha) \\
 &\quad + ab \sin \delta \sin(T - \alpha)] y' \quad (4.66)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y &= y' + \frac{K}{a^2 + b^2} \operatorname{tg} \delta [(a^2 + b^2) \cos(T - \alpha) - ab \sin \delta \sin(T - \alpha)] x' \\
 &\quad - \frac{K}{a^2 + b^2} (a^2 \cos \delta + b^2 \sec \delta) \sin(T - \alpha) y'
 \end{aligned}$$

如果 b 接近于零, 则(4.66)式简化为:

$$\begin{aligned} x &= x' - K \sec \delta \sin(T - \alpha) x' - K \tan \delta \cos(T - \alpha) y' \\ y &= y' + K \tan \delta \cos(T - \alpha) x' - K \cos \delta \sin(T - \alpha) y' \end{aligned} \quad (4.67)$$

对于 $2^\circ \times 2^\circ$ 的视场, 这种修正值一般不大于 $0.01''$ 。

4.2.5 光心偏差和物镜组偏心畸变的测定和修正

光心偏差的影响如(4.21)式所示, 对四常数模型的底片常数有影响, 并且应与量度坐标的二次项有关的修正。但如果与前述作较差修正时一样, 量度坐标和理想坐标都相对于视场中央计量, 即(4.11)式中常数项 c 和 f 都很小时, 忽略小量的二次项, (4.21)式在再写进 (a, b) 后, 可以简化为:

$$\begin{aligned} \xi &= ax + (b + \Delta A \sin D)y + (c - \Delta A \cos D) - \Delta A \cos D x^2 \\ \eta &= -(b + \Delta A \sin D)x + ay + (f - \Delta D) - \Delta A \cos D xy - \Delta D y^2 \end{aligned} \quad (4.68)$$

(4.68)式右边前三项与(4.11)式的形式相同, 仍为四常数模型, 后面的项是其二次项修正, 如果能测定出未知小量 $\Delta A \cos D$ 和 ΔD , 用于对量度坐标作修正, 则(4.68)式可进一步简化为(4.11)式的形式, 仍采用四常数模型。对于 CCD 测量而言, 从 CCD 终端装配到望远镜上直到调换的一段时间内, CCD 芯片相对于望远镜光轴的位置是不变的, 如果每一幅观测图像都以视场中央对应的赤道坐标 $((\alpha_0, \delta_0))$, 代替(4.6)和(4.7)式中的 (A, D) , 而不是取误差较大的望远镜指向来确定 (A, D) , 则只要能在角秒量级的精度范围内确定 (α_0, δ_0) , 就可以认为光心偏差 $(\Delta A \cos D, \Delta D)$ 是不变的, 一次测定出来, 可供一段时间内的观测作修正。

物镜组偏心畸变对量度坐标的影响是(4.24)式所给出的形式, P_1 和 P_2 都是未知数, 也是不变的常数。由于它的影响与光心偏差影响的形式相类似, 因而可以合并在一起测定和修正, 合并后的转换公式可以写成:

$$\begin{aligned}\xi &= ax' + by' + c + A_1 x'^2 + A_2 x'y' + A_3 y'^2 \\ \eta &= -bx' + ay' + f + B_1 x'^2 + B_2 x'y' + B_3 y'^2\end{aligned}\quad (4.69)$$

A_i 和 B_i 为待测系数, 它们与光心偏差 ($\Delta A \cos D, \Delta D$) 和物镜组偏心畸变系数 (P_1, P_2) 的关系为:

$$\begin{aligned}A_1 &= -\Delta A \cos D + 3aP_1 + bP_2 \\ A_2 &= +2aP_2 + 2bP_1 \\ A_3 &= aP_1 + 3bP_2 \\ B_1 &= aP_2 - 3bP_1 \\ B_2 &= -\Delta A \cos D + 2aP_1 - 2bP_2 \\ B_3 &= -\Delta D + 3aP_2 - bP_1\end{aligned}\quad (4.70)$$

由于 CCD 测量中 a 和 b 是比较稳定的, 所以 A_i 和 B_i 可看成常数, 它们被测定出来后对量度坐标测定值 (x', y') 的修正公式为:

$$\begin{aligned}x &= x' + \frac{a}{a^2 + b^2} (A_1 x'^2 + A_2 x'y' + A_3 y'^2) \\ &\quad - \frac{b}{a^2 + b^2} (B_1 x'^2 + B_2 x'y' + B_3 y'^2) \\ y &= y' + \frac{b}{a^2 + b^2} (A_1 x'^2 + A_2 x'y' + A_3 y'^2) \\ &\quad + \frac{a}{a^2 + b^2} (B_1 x'^2 + B_2 x'y' + B_3 y'^2)\end{aligned}\quad (4.71)$$

直观地看, 当视场中有不少于 5 颗参考星的条件下, 利用参考星已知的赤道坐标换算的理想坐标代入 (4.69) 式, 就能直接通过量度坐标的测定值解算出 A_i 和 B_i , 但这时即使用视场中央对应的赤道坐标 (α_0, δ_0) 代替 (A, D) 来计算参考星的理想坐标, 参考星赤道坐标采用值的误差是不可避免的, 将影响了 A_i 和 B_i 的测定精度。

为了避免参考星位置采用值误差的影响, 可以采用两次错开一定天区的部分重叠观测, 取共同星的量度坐标差值来求解。重

叠观测的两天区可以在与 X 轴成 $+45^\circ$ 或 -45° 方向错开,为了保证重叠区的面积,又要兼顾量度坐标二次项差值尽可能大,可以比角重叠中心方式观测的重叠区稍大些。

由(4.33)式,取 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\delta$ 为参考星位置采用值的误差,并且考虑到这种误差仅有角秒量级,以致可以忽略它们的二次项,即可得出这种误差引起的理想坐标计算值的误差为:

$$\begin{aligned}\Delta\xi &= \Delta\alpha \cos\delta_0 \\ \Delta\eta &= \Delta\delta\end{aligned}\quad (4.72)$$

对一颗星来说, $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\delta$ 是定值,两次观测的 δ_0 仅相差 1° 左右,所以在两次观测中,一颗星理想坐标的误差($\Delta\xi, \Delta\eta$)也可以看成为定值。

要求得到角秒精度的(α_0, δ_0),可先如前述一样,把量度坐标(x', y')都换算为相对于视场中央的取值,再对不少于两颗的参考星,用望远镜指向所给的(A, D)近似值计算出理想坐标(ξ_0, η_0)代入(4.11)式,计算(a, b)的初值(a_0, b_0)和(c, f)的近似值(c_0, f_0),则有:

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= \alpha - (\xi_0 - c_0)\sec\delta \\ \delta_0 &= \delta - (\eta_0 - f_0)\end{aligned}\quad (4.73)$$

这样计算出的(α_0, δ_0)的误差,在忽略二次项影响的精度范围内,对所有参考星理想坐标的影响是定值,但是对两次观测计算出的(α_0, δ_0)₁ 和(α_0, δ_0)₂ 的误差不同,对同一颗星两次观测相对应的理想坐标(ξ_1, η_1)和(ξ_2, η_2)的影响也不同,取同一颗星两次观测的量度坐标为(x'_1, y'_1)和(x'_2, y'_2),代入(4.69)式,并取两次观测的各量之差值,则对于一颗星的观测,有条件方程式:

$$\begin{aligned}\xi_1 - \xi_2 &= a(x'_2 - x'_1) + b(y'_2 - y'_1) + (c_2 - c_1) + A_1(x_2'^2 - x_1'^2) \\ &\quad + A_2(x_2'y'_2 - x_1'y'_1) + A_3(y_2'^2 - y_1'^2) \\ \eta_1 - \eta_2 &= -b(x'_2 - x'_1) + a(y'_2 - y'_1) + (f_2 - f_1) +\end{aligned}$$

$$B_1(x_2'^2 - x_1'^2) + B_2(x_2'y_2' - x_1'y_1') + B_3(y_2'^2 - y_1'^2) \quad (4.74)$$

在(4.74)式的左边,已消除了(4.72)式所列的赤道坐标误差 $(\Delta\alpha, \Delta\delta)$ 引起的对理想坐标的影响,右边 $(c_2 - c_1)$ 和 $(f_2 - f_1)$ 是 $(\alpha_0, \delta_0)_2$ 和 $(\alpha_0, \delta_0)_1$ 的误差不相同引起的,并且含有(4.68)式右边第三项中 $(-\Delta A \cos D, -\Delta D)$ 值在两次观测中不相等的成分。用不少于5颗参考星的观测,即可以解算出 A_i 和 B_i ,不受参考星位置采用值误差的影响。

为了降低对重叠区中参考星的数量及其分布的要求,提高 A_i 和 B_i 的解算精度,可以把重叠区中所有能取得量度坐标 (x'_1, y'_1) 和 (x'_2, y'_2) 的星,都用于求解(4.74)式,具体方法是:对于一颗未知 (α, δ) 的待测星,利用它的第一次观测所得的量度坐标 (x'_1, y'_1) 和用参考星计算出的 (a_0, b_0) ,通过(4.11)式计算出它的理想坐标 (ξ_1, η_1) ,并利用 $(\alpha_0, \delta_0)_1$ 得到它的赤道坐标 $\alpha = \alpha_0 + \xi_1$ 和 $\delta = \delta_0 + \eta_1$,再用这样得到的 (α, δ) 和 $(\alpha_0, \delta_0)_2$,通过(4.6)式计算出第二次观测的理想坐标 (ξ_2, η_2) ,由于对这颗星的两次观测而言,计算理想坐标所采用的 (α, δ) 相同,它们的角秒量级的误差引起的理想坐标差也为定值,在(4.74)式左边被消除,所以它具有与参考星同样的作用,参于(4.74)式求解 A_i 和 B_i 。这样仅要求每次观测有不少于两颗参考星,用于求解 (a_0, b_0) 和 (c_0, f_0) ,不管它们是否位于重叠区中,都能实现对 A_i 和 B_i 的测定。由于采用了重叠区中所有天体的量度坐标,将能得到精度较高的 A_i 和 B_i ,用于代入(4.71)式,对量度坐标作光心偏差和物镜组偏心畸变的修正。

解算出 A_i 和 B_i 后,再代入(4.70)式,解算出 $(\Delta A \cos D, \Delta D)$ 和 (P_1, P_2) ,如果畸变系数 (P_1, P_2) 很小,即物镜组装调得很好,则可以忽略其影响,从而简化(4.74)式;如果 (P_1, P_2) 不是很小,则可以通过几次的测量和计算取得 (P_1, P_2) 的最或然值,先用它们对量度坐标作物镜组偏心畸变修正,同样可以简化(4.74),即对每次

观测,由(4.24)式,先取:

$$\begin{aligned}x'' &= x' + 3P_1x'^2 + 2P_2x'y' + P_1y'^2 \\y'' &= y' + P_2x'^2 + 2P_1x'y' + 3P_1y'^2\end{aligned}\quad (4.75)$$

再利用(4.68)式,(4.74)式可简化为:

$$\begin{aligned}\xi_2 - \xi_1 &= a(x''_2 - x''_1) + b(y''_2 - y''_1) + (c_2 - c_1) \\&\quad - \Delta A \cos D (x_2''^2 - x_1''^2) \\ \eta - \eta_{21} &= -b(x_2'' - x_1'') + a(y_2'' - y_1'') + (f_2 - f_1) \\&\quad - \Delta A \cos D (x_2''y_2'' - x_1''y_1'') - \Delta D (y_2''^2 - y_1''^2)\end{aligned}\quad (4.76)$$

与(4.74)式相比,(4.76)式减少了四个未知数,将使 $(\Delta A \cos D, \Delta D)$ 的解算精度更高。相应地,对量度坐标,即已作物镜组偏心畸变修正后的 (x'', y'') ,修正光心偏差的公式为:

$$\begin{aligned}x &= x'' - \frac{a}{a^2 + b^2} (\Delta A \cos D x''^2 + \Delta D x'' y'') \\&\quad + \frac{b}{a^2 + b^2} (\Delta A \cos D x'' y'' + \Delta y''^2) \\ y &= y'' - \frac{b}{a^2 + b^2} (\Delta A \cos D x'' y'' + \Delta D y''^2) \\&\quad - \frac{a}{a^2 + b^2} (\Delta A \cos D x''^2 + \Delta D x'' y'')\end{aligned}\quad (4.77)$$

考虑到物镜组偏心畸变系数 (P_1, P_2) 的稳定性,在每次重新装上 CCD 接收终端或者更换芯片后,只需要利用天区部分重叠的两次观测,先通过(4.75)式作修正,再代入(4.76)式求解出光心偏差 $(\Delta A \cos D, \Delta D)$ 。对于平时的观测,也通过(4.75)和(4.77)式对量度坐标分别作这两种修正。

4.2.6 各类修正的修正顺序和交叉项

从4.2.2到4.2.5的各节中,分别给出了各类影响对量度坐标单独作修正的公式,以及有关修正参数的测定方法。当只考虑量度坐标一次项的修正时,可以由直接读取的量度坐标 (x', y') 来

测定各个修正参数,并且可以对量度坐标分别单独地作各类影响的修正,不必考虑修正顺序,也不必考虑不同修正参数的交叉项,因为一般地说,修正参数都比视场边角处的量度坐标小,其交叉项的量级也都小于量度坐标二次项的修正量。当要考虑量度坐标的二次项、甚至高次项的修正量时,为了更准确地测定每一修正参数,就必须考虑是否需要先对量度坐标作其他影响的修正,也必须考虑修正参数交叉项的影响。

为了判断测量度坐标系两坐标轴不垂直的偏量及两轴方向比例尺之比时,是否需要先对量度坐标作各种较差修正,现以(4.27)式解算两轴方向的比例尺之比为例,将仅取到量度坐标的一次项的大气折射较差修正和光行差较差修正公式一道写为:

$$\begin{aligned} x &= x' + K_1 x' + K_2 y' \\ y &= y' + K_3 x' + K_4 y' \end{aligned} \quad (4.78)$$

用作过这种较差修正的量度坐标代入(4.27)式,并考虑到 K_1 是小量,在第一次露光后 CCD 芯片盒旋转角接近于 90° ,而且所选择的一对星的连线近似平行于 x 轴或 y 轴,则有:

$$\beta_1 = \left[\frac{(x_2' - x_1')^2 - (x_2'' - x_1'')^2}{(y_2'' - y_1'')^2 - (y_2' - y_1')^2} \right]^{\frac{1}{2}} (1 + K_1 - K_4) \quad (4.79)$$

从(4.55)和(4.63)式可以直观地看出,对于 $Z = 45^\circ$ 观测的大气折射较差修正来说, $(K_1 - K_4)$ 约为 3×10^{-4} 量级,而对于周年光行差来说,则为 1×10^{-4} 量级。就 $2^\circ \times 2^\circ$ 的视场而言,为了这种比例尺不相等的修正在视场边角处的修正精度仍能达到 $\pm 0.01''$, β_1 的相对精度应达到 3×10^{-6} ,以致这种 10^{-4} 量级的影响必须考虑。所以在测定这两个修正参数时,应先对量度坐标作大气折射较差和周年光行差较差修正。至于是否也应先对量度坐标作光心偏差和物镜组偏心畸变的修正? 从(4.27)和(4.77)式看出,这两种修正都是修正参数与量度坐标的二次项相乘,代入(4.27)式后,这种修正参数仅会出现在量度坐标三次项的系数中,在一般情况下是

可以忽略的,所以不必先对量度坐标作光心偏差和物镜组偏心畸变的修正。

关于在测定光心偏差和物镜组偏心畸变系数时,是否需要先对量度坐标作各种较差修正和量度坐标系两轴不垂直及比例尺不相等的修正,可以对(4.69)式考虑一种特殊情况,即取 $y' = 0$, 并利用(4.78)式,即可以看出,所解算出的系数 A_i 含有因子 $(1 + K_i)$ 。对 $2^\circ \times 2^\circ$ 的视场,在边角处修正精度达 $\pm 0.01''$ 的要求下, A_i 的相对精度应不低于 1×10^{-4} , 从(4.55)式看出,当观测天顶距 $Z < 30^\circ$ 时,可以不必先对量度坐标作大气折射较差修正,当要求的精度稍有提高时,则应先作这种较差修正,对于周年光行差较差修正,亦是如此,但量度坐标系两轴不垂直和比例尺不相等是例外,当 $(\beta_1 - 1)$ 和 $\beta_1 \sin \theta$ 的绝对值不小于 1×10^{-4} 时则都应当先利用(4.25)式对量度坐标作这种修正。

大气折射较差修正和周年光行差较差修正之间的交叉项问题,是指这两种修正常数的乘积与量度坐标的一次项组成的修正项,由于这两种修正常数都比视场边缘处的量度坐标小得多(若都以角秒为单位),不必考虑两种修正常数的乘积与量度坐标的二次项组成的修正项。事实上,不管是先作大气折射较差修正,接着作周年光行差较差修正,还是相反的顺序,在作第二种较差修正时,都已包含了两种修正常数乘积的修正项,即交叉项,只是不同修正顺序的交叉项稍有不同,不过这种差异是可以忽略的,因为交叉项本身就是一些可以忽略的修正项。具体地说,如果以弧度表示,大气折射常数(约 $60''$)与周年光行差常数(约 $20''$)的乘积,仅 3×10^{-8} 量级,即使在 $Z = 60^\circ$ 的天顶距观测,考虑到因子 $\tan^2 Z$, 其最大值只有 1×10^{-7} 量级,对 $5^\circ \times 5^\circ$ 视场的边角区,这种交叉项也仅有 $1'' \times 10^{-3}$ 量级,除非是很高的精度要求,这种交叉项都是可以忽略的,以致不同修正顺序产生的交叉项的差异是可以忽略的,从而这两种较差修正的顺序可以根据修正的方便来确定。但是,在作这两

种较差修正之前,应先作量度坐标系两坐标轴不垂直和两轴方向比例尺不相等的修正,以便在作较差修正时,具备四常数模型的基本条件。

综上所述,测定有关的修正参数和进行各种修正的过程可以这样排列:首先对 CCD 芯片盒旋转 90° 前后的观测得到的相对于视场中央的量度坐标直接读取值 (x', y') , 通过 (4.27) 和 (4.28) 式计算出量度坐标系两轴方向比例尺之比的初值 β_1 和两轴不垂直的偏量初值 $(\beta_1 \sin \theta)_1$, 并通过 (4.25) 式对参考星的量度坐标作这两种修正以后,求解底片常数 a 和 b 的初值;第二步是利用 a 和 b 的初值,通过 (4.51)、(4.52) 和 (4.61)、(4.62) 式,在略去 x' 、 y' 的二次项和 $F_x(R^2)$ 、 $F_y(R^2)$ 的要求下,对量度坐标原始值 (x', y') 作大气折射较差和周年光行差较差修正,并且用修正的量度坐标重新解算 β_1 、 $(\beta_1 \sin \theta)_1$ 和 β_2 , 从而得到了这两种修正参数的采用值;第三步是利用所得的 β_2 和 $(\beta_1 \sin \theta)_1$ 通过 (4.25) 式对量度坐标直接读取值作修正,再利用参考星求解 a 和 b , 并利用 (4.51)、(4.52)、(4.61)、(4.62) 和 (4.66) 式作较差修正;第四步是利用局部重叠观测,并且作了第三步修正的量度坐标,由 (4.74) 式计算出光心偏差和物镜组偏心畸变系数,并通过 (4.75) 和 (4.77) 式作修正。

如果有关的修正参数已测定出,可以直接采用,则修正顺序为:先作量度坐标系两轴不正交和两轴方向比例尺不相等的修正,进而求解出底片常数 a 和 b 的初值(由于 CCD 测量中,相对而言 a 和 b 比较稳定,而且作较差修正时,对 a 和 b 的相对精度要求仅为 10^{-3} 量级,所以不必对每幅图像都求解 a 和 b 的初值),并进行大气折射较差修正、周年光行差较差修正和周日光行差较差修正,最后进行光心偏差和物镜组偏心畸变修正。经过这些修正后的量度坐标所体现的 CCD 图像,将在不低于 $\pm 0.01''$ 的精度内与视场对应的天球区在心射切面上投影的图像一致。

4.3 CCD 底片重叠法

4.3.1 CCD 底片重叠法的意义

近年来,用于编制照相星表的观测,几乎都是采用底片重叠的观测方式,以利于减小参考星位置采用值的误差、量度坐标的测量误差以及底片模型不完善对待测星测定结果的影响。如图 4.5 所示,常采用的有两种重叠方式:一种是将一张底片的一个边缘放于相邻一张底片的中央线附近,称为边缘重叠中央线方式;另一种是将一张底片的一个角放在相邻一张底片的中央附近,称为角重叠中心方式。在这两种重叠方式中,对整个观测天区而言,几乎每颗天体都将在两张底片上成像。

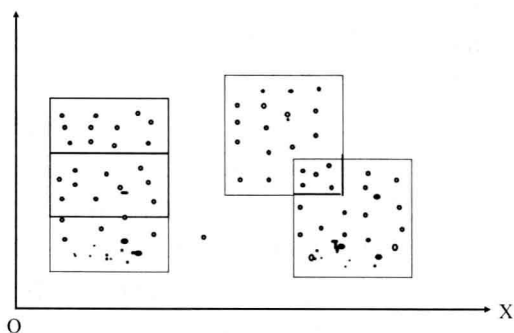


图 4.5

20 世纪 60 年代以前,照相观测都是对每张底片单独作处理,即利用参考星已知的位置采用值和它们的量度坐标,解算出底片常数,用于计算出待测星的位置。由于参考星位置采用值的误差和量度坐标的测量误差影响,以及底片处理模型的不完善,特别是忽略了二次项的影响,使得同一颗待测星在不同底片上得到的位

置之间有差异。传统的做法是把在所有的不同底片上独立处理的位置取平均,作为该星的位置测定值。这样做虽然达到了减小各种误差影响的目的,但仅是在数学平均意义上的减小,未能合理地解释和消除不同底片所得星位置的系统差,从而所得的平均值不能看成是最佳值。这种现象促使许多学者探讨底片重叠观测处理的合理方法,不仅要求能解算出一组唯一的底片常数,使得同一颗星在重叠的不同底片上计算出的位置之间几乎不存在系统差,而且要求能直接给出最佳的归算结果。

1960 年艾科恩首先提出了底片重叠法归算星位置的新原理,1964 年拉克鲁特(P.Lacroute)又提出了艾科恩技术的一种变换形式。经过逐步改进后,常被称为底片重叠法。其原理是:假设在一张底片上第 i 颗星的量度坐标 (x_i, y_i) 、赤道坐标 (α_i, δ_i) 、星等 (m_i) 、色指数 (c_i) 和底片常数 (a_1, a_2, \dots, a_n) 之间满足关系式:

$$f(x_i, y_i, m_i, c_i, \alpha_i, \delta_i, a_1, a_2, \dots, a_n) = 0 \quad (4.80)$$

作为一组条件方程,由于一颗恒星不仅是在一张底片上成像,因而属于不同底片的方程组之间就不再是相互独立的,需进行联合求解。联合求解的过程,相当于通过一定的方式把所有底片联成一个整体。求解时,把所有恒星的量度坐标、参考星的位置,以及待测星的近似位置作为观测值或已知值,解算出这个作为整体的底片常数和所有恒星的参数改正值,既保证得出一组唯一的底片常数,又打破了参考星与待测星的界限,能同时得到参考星和待测星在这一整体中自洽的星位置改正值,从而能大大提高底片处理的精度。整列的方程组,将是一个很大的正态方程组,有大量的未知数,有利的一点是,这个正态方程组的矩阵是一个“带一边”型矩阵,比较容易求解^[10]。

云南天文台曾经通过试验提出了一种不同的底片重叠法的观测方法和处理方法,其目的是将子午环绝对测定的恒星位置(当时计划用的光子计数狭缝测微器只能观测到 12 等的恒星)与附近暗

于子午环极限星等的河外天体连接起来,通过两个历元的观测,得到这些恒星相对于河外天体的绝对自行和依赖于岁差和主章动常数采用值的星表自行,比较这两种自行,可以解算出对岁差常数和主章动常数采用值的改正,包括对行星岁差常数的改正。具体途径是:用 CCD 作底片重叠观测,在第一历元,以子午环绝对测定的相距约 1° 左右的两颗恒星为参考星,测定出附近两颗河外天体的位置;在第二历元,再以这两颗河外天体在第一历元测定出的位置为参考天体的位置,测定出原为参考星的两颗恒星的位置,这两颗恒星在两个历元的位置差值,在河外天体的自行为零的假设下,可以看成为完全是由它们的绝对自行引起的,从而可以得到它们的绝对自行。处理方法是:先对每幅 CCD 图像上的量度坐标,作量度坐标系两轴不垂直和两轴方向比例尺不相等的修正,以及大气折射较差修正和周年光行差较差修正,以便满足四常数底片模型的要求;再利用相邻两幅图像重叠区内的天体在两幅图像上的量度坐标之差,解算出相邻图像的视场中央点之间的相对距离,并选择一幅图像作为中央图像,或者以待测天体的位置近似采用值为视场中央点的那幅假想的图像作为中央图像,利用每幅图像的视场中央点相对于中央图像视场中央点的相对偏离或偏离的累积量,对每幅图像的量度坐标,作坐标轴方向旋转修正和图像心射切面旋转修正,把每幅图像都就换到中央图像所在心射切面上,成为一幅整体的非长方形的图像;最后利用参考星的理想坐标和量度坐标,以及待测星的量度坐标,通过四常数模型计算出待测星的理想坐标和图像的比例尺,也能同时计算出每幅图像上能取得量度坐标的所有天体的理想坐标,进而得到这些天体的赤道坐标。由于当时用于试验的云南天文台一米望远镜上一号 CCD 的视场较小,仅 $3.9' \times 2.4'$,在作各种较差修正时都忽略了二次项,两颗恒星及两颗河外天体之间的距离仅考虑为 1° 左右,相邻两幅图像间重叠区的大小没有严格要求,只需在重叠区内,有不少于两颗可测

量的天体。也是因为视场较小和为了处理的方便,采用了切点位于待测天体的星位置近似采用值处的心射切面为中央图像的投影平面,从而在进行天体的赤道坐标与理想坐标之间的转换时,直接取这一待测天体的星位置近似采用值作为光心(A, D)。

在空间天体测量技术迅速发展的时代,CCD 底片重叠法主要有两个用途:一是精确测定所感兴趣的天区内天体的位置和运动,为了提高精度,使测量结果的精度与 CCD 测量精度相匹配,必须减小参考星位置误差的影响,在给定的参考星表的精度和分布密度的条件下,最直接的方法是增加参考星数量,以致必须扩大一次观测的天区,CCD 底片重叠法的采用可以达到这一效果,另外还能克服 CCD 视场较小的限制;二是为了精确测定恒星的绝对自行,特别是银道面附近隐带内大量恒星的绝对自行,为了克服隐带内没有可用的河外天体作参考的限制,应当采用重叠法把隐带内的恒星与隐带附近的河外天体连接起来,在两个历元测定这些恒星相对于河外天体的位置变化。第二个用途需重叠连接的天区跨度较大,有些天区可达 20° 以上,这是使用大视场的一次照相观测也难以达到的,而 CCD 测量的视场虽然较小,只要合理地安排观测和有合适的处理方法,是比较容易做到的,因为 CCD 的量子效率较高,露光时间较短,加上它的测量精度较高,为此目的采用 CCD 底片重叠法,将能取得更好的结果。

4.3.2 CCD 底片重叠法的观测原理

按照 CCD 底片重叠法在空间时代的两种主要用途,重叠法连接所跨越的天区大小将不同,重叠观测的次数不同,处理方法不应相同,现以约 $2^\circ \times 2^\circ$ 的 CCD 视场为例分别介绍如下:

1. 扩大观测天区和增加参考星数

为了对有兴趣的天区加强观测或对有兴趣的天体作更高精度的定位测量,采用底片重叠法扩大天区的目的是增加参考星数目,

因而不必机械地把被观测天区扩大为一个规则的正方形或长方形,如采用角重叠中心方法观测五幅图像,把 $2^\circ \times 2^\circ$ 的视场扩大为 $4^\circ \times 4^\circ$ 的正方形天区那样,或者像采用边缘重叠中央线方法观测五幅图像,把观测天区扩大为 $2^\circ \times 6^\circ$ 的长方形那样,应看参考星的实际分布,如图 4.6 所示,偏离于中央图像哪个方向的参考星最多,最合适,就向哪个方向作重叠延伸,观测天区呈现为一个不规则的图形。

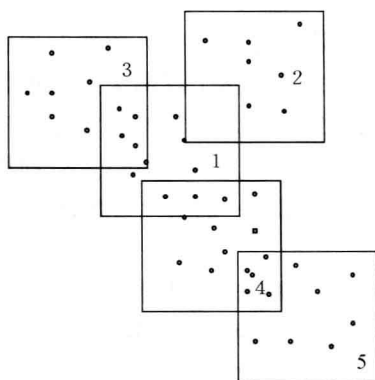


图 4.6

由于这种重叠观测所及的整个观测天区不是很大,最边缘的图像中心距中央图像中心仅 $2^\circ \sim 3^\circ$,因而可以把所有图像都转换到中央图像的心射切面上,形成一幅心射切面投影图像,以便解算出一组唯一的底片常数,又由于 CCD 测量中各种修正参数的稳定性,可以先分别对每幅 CCD 图像的量度坐标作各种修正,包括必要的二次项修正,这样,只要相邻图像之间重叠连接的处理方法合适,并能保证重叠过渡的精度与 CCD 测量的精度相匹配,重叠区内同一天体在相邻两幅图像上所得结果之间就不会存在系统差,以致这种重叠观测,相邻两幅图像之间不要求采用角重叠中心或边缘重叠中央线的方式,而应在偏离方向和重叠区大小方面更

灵活些,只要求重叠区内有一定数量的可测量的天体,以便保证重叠过渡的精度。

为了把每幅图像的量度坐标都归算到中央图像的心射切面上,需作下列几步的变换,即对量度坐标作几步换算:首先应对每幅图像上的所有量度坐标分别作各种修正,使之满足四常数模型的要求;第二步是求出每幅图像的中心相对于中央图像中心的偏离(ΔA_i , ΔD_i),并且利用这种偏离量对相应图像的量度坐标系作旋转修正以及它的心射切面与中央图像的心射切面之间夹角的修正,使得每幅图像的量度坐标系与中央图像的理想坐标系之间有统一的坐标轴指向差,并且使整个观测天区都投影在同一个切平面上;第三步是利用(ΔA_i , ΔD_i)对相应图像上所有天体的量度坐标和参考星的理想坐标作光心偏差修正;最后利用所有参考星求解一组底片常数,这是一组唯一的底片常数,用于计算待测星的星位置。

每幅图像上的量度坐标需要直接作的修正,如 4.2 节所述,包括量度坐标系两轴不垂直和两轴方向比例尺不相等的修正,大气折射较差修正和光行差较差修正,光心偏差和物镜组偏心畸变修正,各有关的修正参数应预先测定出来。

设中央图像为 1 号图像,其视场中心的赤道坐标,为了与前文对应,取为(α_{01} , δ_{01}),与它相邻的第 i 号图像视场中心的赤道坐标取为(α_{0i} , δ_{0i}),则有:

$$\Delta A_i = (\alpha_{0i} - \alpha_{01})$$

$$\Delta D_i = (\delta_{0i} - \delta_{01})$$

这两幅图像的重叠区中第 j 颗共同星的赤道坐标取为(α_{ji} , δ_{ji}),考虑到这颗星在两幅图像上的赤道坐标应相等,由(4.7)式第一式,有:

$$\Delta A_i = \arctg\left(\frac{\xi_{j1}}{\cos\delta_{01} - \eta_{j1}\sin\delta_{01}}\right) - \arctg\left(\frac{\xi_{ji}}{\cos\delta_{0i} - \eta_{ji}\sin\delta_{0i}}\right) \quad (4.81)$$

δ_{01} 和 δ_{0i} 可由(4.73)式第二式取得, 只有角秒量级的精度, 但考虑到 ΔA_i 仅是 1 度左右, ξ_{j1} 和 ξ_{ji} 仅几十角分量级, 相对而言是小量, 所以, δ_{01} 和 δ_{0i} 的误差对 ΔA_i 的影响比其误差本身小两个数量级, 还可以再通过逐步逼近方法来压缩其影响。因为这种重叠观测的目的是增加参考星数, 在每一幅图像中一般可有两颗参考星, 从而可以采用四常数模型求解出各自的底片常数, 进而由这颗星的量度坐标 (x_{j1}, y_{j1}) 和 (x_{ji}, y_{ji}) 计算出(4.81)式中所需要的理想坐标:

$$\begin{cases} \xi_{j1} = a_1 x_{j1} + b_1 y_{j1} + c_1 \\ \eta_{j1} = -b_1 x_{j1} + a_1 y_{j1} + f_1 \\ \xi_{ji} = a_i x_{ji} + b_i y_{ji} + c_i \\ \eta_{ji} = -b_i x_{ji} + a_i y_{ji} + f_i \end{cases}$$

如果在每幅图像中找不到两颗参考星, 可以利用 CCD 测量的底片常数 a 和 b 相对稳定的特点, 以及每幅图像的量度坐标系和理想坐标系的原点都在视场中心的计算方法, 直接采用在这之前测量中已有的 a 和 b , 并且忽略 c_i 和 f_i 项, 由该星在两幅图像上的量度坐标, 计算出(4.81)式中所需要的理想坐标。同样的理由, 这样的底片常数采用值, 即已有的 a 和 b 以及 $c_i = 0$ 和 $f_i = 0$, 与其真值之差对 ΔA_i 的影响, 将比其差值本身小两个数量级。

计算 ΔD_i 时, 考虑到天体的周日平行圈在视场中的投影是一个半长轴为 $\cos\delta$ 和半短轴为 $\cos\delta\sin\delta$ 的椭圆, η 轴为椭圆的半短轴, 再考虑到赤经方向偏差的影响, 则图像上一颗星的赤纬可以表示为(以弧度为单位):

$$\delta = \delta_0 + \eta - \sin 2\delta \sin^2\left[\frac{\alpha - \alpha_0}{2}\right] \quad (4.82)$$

从而得到:

$$\Delta D_i = \eta_{j1} - \eta_{ji} + \frac{1}{4} \sin 2\delta [(\alpha - \alpha_{0i})^2 - (\alpha - \alpha_{01})^2] \quad (4.83)$$

η_{j1} 和 η_{ji} 由上述方法获得, $(\alpha - \alpha_{0i})$ 和 $(\alpha - \alpha_{01})$ 直接由 (4.7) 式的第一式计算, 其误差对 ΔD_i 的影响比其误差本身也小两个数量级, 但 η_{j1} 和 η_{ji} 的误差对 ΔD_i 有直接影响。

为了提高 ΔA_i 和 ΔD_i 的精度, 应取重叠区内多颗星像计算结果的平均, 对于与中央图像之间没有重叠区的图像, 可以利用有重叠区的图像的 $(\Delta A_i, \Delta D_i)$ 作过渡, 以两个或更多的 $(\Delta A_i, \Delta D_i)$ 之和的形式表达。这样计算出的 ΔA_i 和 ΔD_i , 对于每幅图像上坐标系的旋转修正和每一心射切面之间夹角的修正, 其精度是能满足要求的, 但对于像 (4.18) 式形式的光心偏差修正, 将各幅图像换算到一个统一的原点, 这样的精度是不够的, 必须采取逐步逼近的方法, 即先用这样得到的 $(\Delta A_i, \Delta D_i)$ 初值, 对每幅图像作旋转和统一原点的修正, 成为一幅整体的近似图像, 解算出底片常数 a 和 b , 再用这种底片常数, 重新计算理想坐标, 代入 (4.81) 和 (4.83) 式, 计算出更准确的 $(\Delta A_i, \Delta D_i)$ 。

第 i 幅图像的旋转修正, 是将其量度坐标系的坐标轴指向旋转到与中央图像的量度坐标系一致。两幅图像中心的赤经差为 ΔA_i , 坐标轴指向之间的夹角为 $\theta_i = \Delta A_i \sin \delta_{0i}$, 若这一夹角为正, 则第 i 幅图像需左旋 θ_i 角, 若 θ_i 为负值, 则需右旋 θ_i 角, 对量度坐标 (x_i, y_i) 作修正的公式为:

$$\begin{aligned} x_i' &= x_i \cos \theta_i - y_i \sin \theta_i \\ y_i' &= x_i \sin \theta_i + y_i \cos \theta_i \end{aligned} \quad (4.84)$$

不同图像的心射切面之间夹角的修正, 实际上是一种投影修正, 即把投影到不同心射切面上的图像变换到同一个中央图像的心射切面上, 根据文献 [11] 中的推导, 修正公式为:

$$x''_i = \frac{1}{a^2 + b^2} [(a^2 Q_{ai} + b^2 Q_{\delta i}) x'_i + ab (Q_{\delta i} - Q_{ai}) y'_i]$$

$$y''_i = \frac{1}{a^2 + b^2} [(a^2 Q_{\delta i} + b^2 Q_{\alpha i}) y'_i + ab(Q_{\delta i} - Q_{\alpha i}) x'_i] \quad (4.85)$$

其中 a 和 b 取上述的采用值, (x'_i, y'_i) 为经过(4.84)式修正后的量度坐标, 修正因子 $Q_{\delta i}$ 和 $Q_{\alpha i}$ 的表达式为:

$$\begin{aligned} Q_{\alpha i} &= \sec^2(\alpha - \alpha_{0i}) = \sec^2(\alpha - \alpha_{0i} + \Delta A_i) \\ Q_{\delta i} &= \sec^2(\delta - \delta_{0i}) = \sec^2(\delta - \delta_{0i} + \Delta D_i) \end{aligned} \quad (4.86)$$

式中的 $(\alpha - \alpha_{0i})$ 由(4.7)式第一式计算得到, $(\delta - \delta_{0i})$ 可以直接取用(4.82)式中的 η 值。这样在同一幅图像上, 不同天体的修正因子稍有不同。

第三步的所谓光心偏差修正, 与前面所叙述的同一幅图像上的光心偏差修正不同, 这里是把各幅图像汇成一幅图像后, 为了统一量度坐标系的原点和理想坐标系的原点进行的一种坐标变换, 对于中央图像以外的各图像上参考星相对于 $(\alpha_{0i}, \delta_{0i})$ 计算的理想坐标 (ξ_i, η_i) , 由(4.18)式, 取用 $(-\Delta\xi, -\Delta\eta)$ 的表达式, 并且增加 (ξ_0, η_0) 的含量, 变换成相对于 $(\alpha_{0i}, \delta_{0i})$ 的理想坐标为:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_i + \Delta A_i \cos \delta_{0i} - \Delta A_i \sin \delta_{0i} (\eta_i + \Delta D_i) \\ &\quad + \Delta D_i (\xi_i + \Delta A_i \cos \delta_{0i}) (\eta_i + \Delta D_i) \\ &\quad + \Delta A_i \cos \delta_{0i} (\xi_i + \Delta A_i \cos \delta_{0i})^2 \\ \eta &= \eta_i + \Delta D_i + \Delta A_i \sin \delta_{0i} (\xi_i + \Delta A_i \cos \delta_{0i}) \\ &\quad + \Delta A_i \cos \delta_{0i} (\xi_i + \Delta A_i \cos \delta_{0i}) (\eta_i + \Delta D_i) \\ &\quad + \Delta D_i (\eta_i + \Delta D_i)^2 \end{aligned} \quad (4.87)$$

在(4.85)式的修正中, 已通过(4.86)式考虑了 ΔA_i 和 ΔD_i 中含高次项的影响, 并且在(4.86)式中含有 $(\alpha - \alpha_{0i})$ 和 $(\delta - \delta_{0i})$ 的成分, 即同一幅图像上不同天体所受的不同影响, 所以对每幅图像上的量度坐标作原点统一时, 只需对量度坐标系的原点作平移, 而不必像(4.87)式那样含有 $(\Delta A_i, \Delta D_i)$ 与 (ξ_i, η_i) 的乘积项, 这样, 中央图像以外图像上所有天体的量度坐标的变换公式为:

$$x = x''_i + a \Delta A_i \cos \delta_{0i} - b \Delta D_i$$

$$y = y''_i + b\Delta A_i \cos \delta_{0i} + a\Delta D_i \quad (4.88)$$

非中央图像中所有参考星的理想坐标都经过(4.87)式变换,所有天体的在各自图像上已满足四常数模型条件的量度坐标都经过(4.84)、(4.85)和(4.88)式的修正和变换后,就已经换算到一个统一的系统中,而且仍满足四常数模型的条件,由参考星的有关数据,通过(4.11)式,就可以求解出一组唯一的底片常数,用于计算所有待测天体的相对于 $(\alpha_{01}, \delta_{01})$ 的理想坐标,进而用 $(\alpha_{01}, \delta_{01})$ 代替(4.7)式中的 (A, D) ,得到它们的赤道坐标。

2. 大跨度天区的重叠连接

无论是直接测定隐带区内恒星的绝对自行,还是相对于两颗河外射电源的光学对应体精确测定某些天体的位置和运动,重叠连接的跨度都相当大,不能采用上述的把所有图像都换算到同一心射切面上的处理方法,因为上述的重叠观测的天区,相对而言是比较小的。

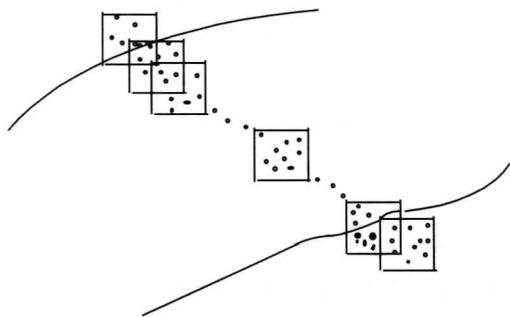


图 4.7 穿过银道隐带的重叠连接

以测定银道隐带区内恒星绝对自行为例,可以采用两种重叠观测途径:一种如图 5.7 所示,相对于隐带区两边的河外天体,测定隐带区内恒星的位置,另一种如图 5.8 所示,相对于隐带区一侧

两处的河外天体来测定。这两种途径,在第一幅和最后一幅图像上都有河外天体,通过两个历元的观测,都能得到隐带区内恒星的绝对自行。途径的选择视重叠观测次数的多少和河外天体的分布而定,但两个历元的观测途径应相同。相对于两颗河外射电源光学对应体的测量,也有类似的途径。

处理时,采用大角度连接方法,即利用 $\sum \Delta A_i$ 和 $\sum \Delta D_i$,把相距较远的两幅图像直接连接起来,并以河外天体作为参考天体,计算出待测天体的相对位置。具体的步骤是:

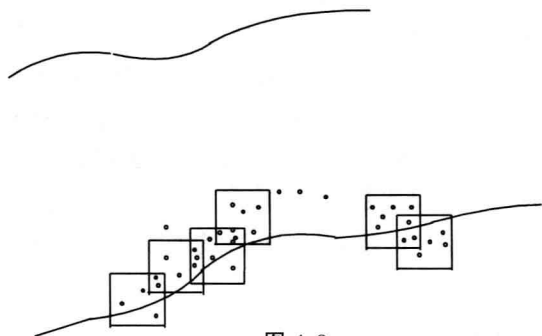


图 4.8

第一步:先对每幅图像上的量度坐标,作各种修正,使之满足四常数模型的条件,并且计算出每幅图像的视场中心位置 $(\alpha_{0i}, \delta_{0i})$ 。

第二步:计算每相邻两幅图像间的 ΔA_i 和 ΔD_i ,并且消除它们的累积误差的影响。利用已有的底片常数 a 和 b 的采用值,取 c_i 和 f_i 为零,由相邻两幅图像重叠区内天体的量度坐标直接计算出它们的理想坐标,通过(4.81)和(4.83)式计算出相邻两幅图像之间视场中心偏离 ΔA_i 和 ΔD_i ,如果总共有 n 幅图像,则:

$$\alpha_{0n} - \alpha_{01} = \sum_{i=2}^n \Delta A_i$$

$$\delta_{0n} - \delta_{01} = \sum_{i=2}^n \Delta D_i \quad (4.89)$$

即为第 n 幅图像的中心与第一幅图像中心之间的球面角距, 分别取比例尺因子:

$$\begin{aligned} r_\alpha &= \frac{\alpha_2 - (\alpha_2 - \alpha_{0n}) - \alpha_1 + (\alpha_1 - \alpha_{01})}{\alpha_{0n} - \alpha_{01}} \\ r_\delta &= \frac{\delta_2 - (\delta_2 - \delta_{0n}) - \delta_1 + (\delta_1 - \delta_{01})}{\delta_{0n} - \delta_{01}} \end{aligned} \quad (4.90)$$

作为修正 $(\Delta A_i, \Delta D_i)$ 的累积误差的修正因子。上式不能在去掉圆括号后成为分子与分母相等的分式, 因为, 其中 (α_1, δ_1) 和 (α_2, δ_2) 分别为位于第 1 幅和第 n 幅图像上的两颗河外天体的位置采用值, 当采用配备 CCD 测微器的子午环对它们的位置作绝对测定后, 其精度可优于 $\pm 0.1''$ (见第五章), 如果取河外射电源的射电位置代替其光学对应体的位置, 则精度更高。 $(\alpha_1 - \alpha_{01})$, $(\alpha_2 - \alpha_{0n})$ 作为两个计算值 (不看成是差值), 直接用 (4.7) 式的第一式计算, $(\delta_1 - \delta_{01})$ 和 $(\delta_2 - \delta_{0n})$ 也作为两个计算值通过 (4.82) 式得到。对应于 (4.89) 式, 再取:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= r_\alpha \sum \Delta A_i \\ \Delta\delta &= r_\delta \sum \Delta D_i \end{aligned} \quad (4.91)$$

则得到以两颗河外天体的位置采用值为参考的第 1 和第 n 幅图像中心之间的球面角距。

第三步将第 1 幅和第 n 幅图像联合起来, 分别以 $(\alpha_{01}, \delta_{01})$ 和 $(\alpha_{01} + \Delta\alpha, \delta_{01} + \Delta\delta)$ 作为 (A, D) 代入 (4.6) 式, 计算出两颗河外天体的理想坐标:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \frac{\cos\delta_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_{01})}{\sin\delta_1 \sin\delta_{01} + \cos\delta_1 \cos\delta_{01} \cos(\alpha_1 - \alpha_{01})} \\ \eta_1 &= \frac{\sin\delta_1 \cos\alpha_1 - \cos\delta_1 \sin\delta_{01} \cos(\alpha_1 - \alpha_{01})}{\sin\delta_1 \sin\delta_{01} + \cos\delta_1 \cos\delta_{01} \cos(\alpha_1 - \alpha_{01})} \\ \xi_2 &= \frac{\cos\delta_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_{01} - \Delta\alpha)}{\sin\delta_2 \sin(\delta_{01} + \Delta\delta) + \cos\delta_2 \cos(\delta_{01} + \Delta\delta) \cos(\alpha_2 - \alpha_{01} - \Delta\alpha)} \end{aligned}$$

$$\eta_2 = \frac{\sin\delta_2\cos(\delta_{01} + \Delta\delta) - \cos\delta_2\sin(\delta_{01} + \Delta\delta)\cos(\alpha_2 - \alpha_{01} - \Delta\alpha)}{\sin\delta_2\sin(\delta_{01} + \Delta\delta) + \cos\delta_2\cos(\delta_{01} + \Delta\delta)\cos(\alpha_2 - \alpha_{01} - \Delta\alpha)}$$

并且对第 n 幅图像上河外天体的量度坐标 (x'_2, y'_2) 作坐标系原点平移修正:

$$\begin{aligned} x_2 &= x'_2 + a(\alpha_{0n} - \alpha_{01} - \Delta\alpha)\cos\delta_{0n} - b(\delta_{0n} - \delta_{01} - \Delta\delta) \\ y_2 &= y'_2 + b(\alpha_{0n} - \alpha_{01} - \Delta\alpha)\cos\delta_{0n} + a(\delta_{0n} - \delta_{01} - \Delta\delta) \end{aligned} \quad (4.92)$$

其中: a 和 b 为底片常数近似采用值。利用这样得到的两颗河外天体的理想坐标与它们的量度坐标组合, 求解得到底片常数, 用于计算重叠区天体的理想坐标, 代入 (4.81) 和 (4.83) 式, 重新计算 ΔA_i 和 ΔD_i , 并且通过 (4.89) 和 (4.90) 式, 计算出更准确的比例尺因子。

第四步是计算待测天体的相对位置。设第 m 幅图像上的第 k 颗天体为待测天体, 它已作第一步修正的量度坐标为 (x'_{km}, y'_{km}) , 为了计算该天体的位置, 应利用重新计算的 $(\Delta A_i, \Delta D_i)$ 和 (r_a, r_δ) 先计算出与 (4.91) 式相对应的 $\Delta\alpha_m$ 和 $\Delta\delta_m$:

$$\Delta\alpha_m = r_a \sum_{i=2}^m \Delta A_i$$

$$\Delta\delta_m = r_\delta \sum_{i=2}^m \Delta D_i$$

并且类似于 (4.92) 式, 对 (x'_{km}, y'_{km}) 进行坐标系原点平移变换:

$$\begin{aligned} x_{km} &= x'_{km} + a(\alpha_{0m} - \alpha_{01} - \Delta\alpha_m)\cos\delta_{0m} - b(\delta_{0m} - \delta_{01} + \Delta\delta_m) \\ y_{km} &= y'_{km} + b(\alpha_{0m} - \alpha_{01} - \Delta\alpha_m)\cos\delta_{0m} + a(\delta_{0m} - \delta_{01} - \Delta\delta_m) \end{aligned} \quad (4.92')$$

$(\alpha_{0m}, \delta_{0m})$ 与 (4.92) 式中的 $(\alpha_{0n}, \delta_{0n})$ 的意义一样, 为第 m 幅图像中心位置初值, a 和 b 为两颗河外天体联合求解得到的底片常数。利用 (x_{km}, y_{km}) 和第三步求解出的底片常数, 通过 (4.11) 式, 即可得到该待测天体相对于光心位置 $(\alpha_{0m} + \Delta\alpha_m, \delta_{0m} + \Delta\delta_m)$ 的理想坐标 (ξ_{km}, η_{km}) , 再将它们代入 (4.7) 式, 计算出它们的赤道坐

标 α_{km} 和 δ_{km} :

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(\alpha_{km} - \alpha_{0l} - \Delta\alpha_m) &= \frac{\xi_{km}}{\cos(\delta_{0l} + \Delta\delta_m) - \eta_{km}\sin(\delta_{0l} + \Delta\delta_m)} \\ \operatorname{tg}\delta_{km} &= \frac{\eta_{km}\cos(\delta_{0l} + \Delta\delta_m) + \sin(\delta_{0l} + \Delta\delta_m)}{\cos(\delta_{0l} + \Delta\delta_m) - \eta_{km}\sin(\delta_{0l} + \Delta\delta_m)} \times \cos(\alpha_{km} - \alpha_{0l} - \Delta\alpha_m)\end{aligned}\quad (4.93)$$

每幅图像上所有天体的位置,都能通过这一过程,最后由(4.93)式计算出它们的赤道坐标。

如果第 1 和第 n 幅图像上都仅有一颗河外天体,为了能通过联合求解得到准确的底片常数,这两颗河外天体在被观测时,都不应距视场中心太远,但若在一幅图像上有两颗河外天体,放置望远镜指向时,视场中心相对于它们的距离就比较灵活,多颗河外天体联合求解,所得底片常数的精度也会更高。

参考文献

- 1 H. 艾科恩. 恒星方位天文学. 任江平等译. 北京:测绘出版社,1981. 156,158
- 2 C. devegt. IAU Symp. No.133. Mappin the Sky. 1987
- 3 N. Zacharias, S.E. Urban, et al.. The first US Naval observatory CCD Astrograph Catalog, in preparation for AJ
- 4 C. devegt. Star Catalogs de. by D. Philip and Upgren, 1989
- 5 鲁春林. 天文学进展, 1992, 10(1)
- 6 L.G 塔夫, 计算球面天文学. 凌兆芬等译. 北京:科学出版社, 1992
- 7 D.C. Brown. Photogrammetric Engineering, 1966, 32: 444
- 8 E.W. Woolard. 球面天文学. 全和钧等译. 北京:测绘出版社, 1984
- 9 苗永宽. 球面天文学. 北京:科学出版社, 1981
- 10 D.C. Brown. Photogrammetric Engineering, 1967, 34: 1272
- 11 冒蔚等. 基本星表和天球参考系. 北京:科学出版社, 1990

5 天体位置的 CCD 绝对测定

大望远镜上的 CCD 测量是相对测量,即使采用了合适的底片模型,各种修正参数都能准确地测定,并且根据精度要求作了各种较差修正,但是除了相对于河外天体所测定的恒星绝对自行以外,所有天体的位置测量结果都不能脱离参考星表的系统,不仅参考星表的系统误差,包括整个系统的指向误差和随天区而变化的网络畸变,都会带进待测星的位置测量结果中,而且参考星位置的偶然误差也会不同程度地影响着测量结果。所以,这种测量不能像天体位置的绝对测定那样用于独立地建立一个天球参考架,在参考架方面,只能起到对原有的某一系统加密和扩充星等的作用。

天体位置的绝对测定能够为独立地建立天球参考架提供基本测量数据,这种测定在原理上要求:一是不依赖于已有的星位置系统或星表系统,如果在测定仪器参数时,需要采用已有的系统,则在数据处理中必须消除这一系统的影响;二是必须从测量数据中消除各种仪器误差的影响。子午绝对测定方法及相应的传统子午环的观测,虽然从未能够完全满足绝对测定的要求,但是在建立天球参考架方面一直起着十分重要的作用,长期以来用于体现天球参考架的基本星表都是用传统子午环的观测结果来编制的。由于受观测的极限星等的限制,传统子午环不能直接绝对测定河外天体的位置,不能得到一个相对而言是固定不动的框架,基本星表中的恒星自行也仅是满足于某种假设模型的结果,以致用基本星表来体现的天球参考架,尚不是一个准惯性天球参考架,只是特定条件下的一种最佳近似。依巴谷天体测量卫星(HIPPARCOS)观测建

立的恒星参考架,是由各恒星之间角距的测量值在全地球上进行平差得到的均匀框架,在观测历元畸变很小,但它在观测和平差中都无法决定参考架的指向,只能通过它所包含的基本星,借用基本星表参考架在卫星观测平均历元的指向作为它的指向,它的自行也仅是更大数量恒星的统计结果,使得这一参考架仍存在微小的旋转。甚长基线射电干涉测量(VLBI)技术的出现和发展,高精度地绝对测定河外射电源的射电位置,首次建立了准惯性的天球参考架,即河外射电源天球参考架,其精度比光学的基本星表高两个数量级。这种参考架的主要缺点在于:可采用的河外射电源较少,现在选用的仅几百颗,而且它们的光学对应体的星等太暗,介于 $16^m \sim 20^m$ 之间,不能直接满足地面光学仪器测量的需要。

CCD 有较高的量子效率,这为子午环观测河外天体提供了必要条件。如果子午环配备 CCD 后,仍能够保持对天体位置进行绝对测定的功能,特别是测定和修正仪器误差影响以及消除其系统误差影响的精度能与 CCD 测量的精度相匹配,那么通过这种观测,可以直接建立一个高精度的且能满足地面光学仪器测量需要的准惯性天球参考架。本章将分析传统子午环配备 CCD 测微器后尚不能用于天体位置绝对测定的原因,并以低纬子午环为例,叙述 CCD 绝对测定的原理以及仪器误差的测定和修正精度如何与 CCD 的测量精度相匹配的方法。

5.1 绝对测定方法和仪器的发展

5.1.1 地面观测绝对测定天体位置的意义

通过绝对测定所得到的天体位置,能够用来独立地建立天球参考架,因为这样测定的天体位置独立于已有的星表或参考架系统,如果能直接地绝对测定河外天体的位置,那么,在河外天体的

自行可以忽略的前提下,能用于建立一个准惯性的天球参考架。

一个准惯性天球参考架应当是一个在天球上没有旋转的框架,相对于该框架测量出的天体运动是天体真实运动在天球上的投影,其中不含有因参考架的旋转而产生的虚假成分,因而能客观地揭示各种天体的运动状况;这种参考架相对于各种天文测量中习惯采用的赤道坐标系,也只含有岁差旋转和章动,在与地球旋转运动和地理位置有关的各种测量中,也不包含因天球参考架微小的未知旋转而产生的虚假成分。所以,建立一个高精度的准惯性天球参考架是基本天体测量学的主要任务之一,当然,该参考架还必须是实用的,最好是地面各种光学的天文测量都能方便地采用来作为参考基准。这样的一个准惯性的天球参考架的建立必须具备下列三个要素:

(1)有一个均匀的、无畸变的框架。所谓“均匀”,是指在天球参考架中的定标天体的天区分布和星等分布匀称,它除了包含目前基本星表中的恒星外,还应当有星等尽可能暗的天体(如暗达 17^m 的恒星),使得它在星数和星等方面都能够得到最大程度的扩充,以便满足不同天文测量的要求。对于一个参考架来说,无畸变是很重要的,即定标天体位置不含有随天区变化的系统误差,使得在地面上不同位置、一夜中不同时刻或一年中的不同日期的天文测量,取用参考架中不同天区的定标天体时,也能得到一致的结果。

(2)有维持框架所必需的基本数据。为了使参考架有准惯性的特性,定标天体中应当有一定数量的河外天体,并且由它们组成基本框架。鉴于可作为定标天体的河外天体都比较暗,一般亮于 13^m 的河外天体很少,而且往往具有光度分布不均匀的像面,以致框架中必须在充实大量恒星后,才能成为一个实用的天球参考架;为此,必须有这些恒星的绝对自行,才能维持这一框架,且要求这些恒星的自行不含有随天区而变化的系统误差,以保证随着时间

的推移,参考架也不会发生畸变。

(3)具有高精度的参考架的指向及其变化规律。天球参考架的坐标轴指向决定了定标天体位置的起算点或起算面,为实用的方便,应当与习惯采用的赤道坐标系一致,这就需要给出某一给定历元的平春分点和平赤道在定标天体位置系统中的位置,以及这些位置的变化规律,即岁差和章动常数,以便计算任何时刻定标天体在赤道坐标系中的真位置。因为赤道坐标系的坐标轴指向是由地球自转轴的空间指向和地球轨道的法线方向决定的,这些指向的进动和章动引起春分点和赤道面位置产生的岁差旋转和章动变化,同时也引起了地面点到天体的连线方向的变化,一个实用的天球参考架必须为地面的天文测量计算这些变化创造有利的条件。

空间天体测量克服了仪器变形产生的误差,还回避了大气折射的影响^[1],在相当高的精度条件下满足了绝对测定的第二个要求;依巴谷天体测量卫星观测得到的恒星参考架,是通过各恒星之间角距测量值在全天球平差后建立起的框架,平差中不依赖于已有的星表和参考架,但是它自身不能确定坐标轴的指向,必须与已有的天球参考架连接起来,借用已有的天球参考架的坐标零点,才能成为一个实用的天球参考架。所以,已经问世的依巴谷天体测量卫星的恒星参考架,具备了上述准惯性天球参考架的第一要素;如果能够实施第2号依巴谷天体测量卫星计划,或者如同前苏联科学家提出的罗默(ROERME)计划那样的计划,能测定一定数量的河外天体位置以及高精度的恒星自行,这样,其结果将具备第二个要素,但是它仍不具备第三个要素,因为由空间测量得到的恒星之间的角距不受地球自转轴空间指向的影响,由这些测量不能导出与地球自转轴的空间指向有关的参量,只能依赖于已有的天球参考架,来确定这些量。这种恒星参考架与用基本星表来体现的天球参考架之间的连接是比较方便的,将它所包含的基本星在两个参考架中的位置作比较,就能得到它的指向,并且直接采用该基

本星表系统的岁差和章动常数;若想要与河外射电源天球参考架连接,则需要一个相当复杂的过程,而且需要对射电源的射电位置与光学位置之间的差异作一定的假设。

甚长基线射电干涉测量技术(VLBI)绝对测定河外射电源的位置,建立了河外射电源天球参考架,在河外射电源的自行可忽略的条件下,是准惯性的参考架。由于这种测定是在地面上进行的,测量的数据中含有地球自转和自转轴的空间指向变化的信息,所以它能直接测定赤道坐标系的赤道面位置以及岁差和章动常数,即能基本上具备准惯性天球参考架的第三个要素,仅赤经的起算点仍需要通过间接方法借用基本星表参考架的春分点位置或某种人为的协议原点;这一参考架仅由几百颗作为定标天体的河外射电源的射电位置构成(不含有恒星),从而能具备第二个要素;由于河外射电源的光学对应体都很暗,介于 $16^m \sim 20^m$ 之间,所以只能部分地具备第一个要素,对地面光学天文测量是不实用的。

在地面上绝对测定天体的光学位置,原则上能建立一个具备三个要素的实用的准惯性天球参考架,特别是配备 CCD 测微器以后,能绝对测定河外天体的光学位置,用于建立一个在全天球上不动的框架,能在这个框架中测定大量小行星的位置和运动,用于确定参考架的动力学春分点和赤道面,还能通过河外天体在赤道坐标系中的位置变化,直接测定岁差和章动常数,因为这种测量数据中含有地球自转和自转轴的空间指向变化的信息。但是这种测定必须有高精度的观测仪器,能精确测定仪器的各种误差及其变化,能克服仪器的重力变形和热变形的影响,还必须能克服大气产生的系统误差的影响,才能建立一个无畸变的框架。这种测量还能将天体位置的绝对测定与一个小天区内所有天体位置的相对测量结合起来,相对于河外天体获得恒星的绝对自行,以便维持这一框架。

与空间测量相比,地面测量除了含有地球自转和空间运动的

信息以外,还在时间和空间方面具有很大的灵活性:对感兴趣的天体,可以根据需要,在特定的时段内作重复测量,对感兴趣的天区,可以加密测量或以 CCD 视场重叠覆盖方式作全面的测量。另外,它不像空间测量那样只能在短短的几年时间内实施,只要仪器的系统保持良好或对于一架能随时消除系统变化的仪器,能在几年时间内连续实施,这对于观测小行星,累积测量数据,高精度地确定动力学分点位置和研究太阳系动力学等方面都是非常重要的。地面测量容易实施和费用较低,这对任何一个天文台站来说,在什么时候都是一个极有利的因素。

5.1.2 传统的子午绝对测定方法和传统子午环

子午环是绝对测定天体位置的专用仪器,其主体望远镜的结构及其传动方式,测量视准线指向和仪器误差的各种装置,都是根据这一要求设计的,并且希望测量精度尽可能高。随着对仪器误差研究的深入和误差理论的完善,在原有的基础上,出现了多种改进型的子午环,仪器上的某些部件不断地得到改进,观测方法也逐步地更合理。近两个世纪内,子午环在测定天体位置,编制基本星表,并用于体现天球参考架方面,都发挥了重要的作用。

传统子午环,是一架口径为 15~20 厘米,焦距介于 2 米与 2.6 米之间的折射望远镜,通过水平轴支于基墩上面的左右 V 形槽上,基墩中间有一个宽约为 1 米,深为 2 米的缺口,便于望远镜在子午面内指向任何天顶距方向,观测者在下方的躺椅上通过目镜作观测。望远镜的镜筒由目镜端和物镜端的两个圆锥形的半筒和中空的中央立方块组成,水平轴分左右两段与中央立方块固联着。水平轴的末端装有用坚硬的合金钢制成的圆柱形枢轴,平置于 V 形槽上,由于枢轴的不圆能直接引起望远镜指向在子午面附近的偏摆,以致枢轴是传统子午环上机械加工精度要求最高的部件之一,与 V 形槽接触的工作截面的不圆度要求不大于 $\pm 0.1\mu\text{m} \sim \pm$

0.2 μm 的量级。镜筒两侧的水平轴上装有两个垂直度盘,通常两度盘的精度要求不同,其中,精度要求较低的度盘用于放置天顶距指向,较新的子午环上大多已经采用了电感应同步器来代替,精度要求高的那个度盘用于读取望远镜指向的天顶距,相应地,在度盘旁边有两对或三对对径分布的读数显微镜,在每颗星观测时,用目视或光电扫描方法读取度盘读数,度盘的直径一般介于 40~80 厘米之间,分划线间距为 5' 或 6',也有 2' 和 10' 的。在仪器的下方还放置一个水银盘,作为天底镜,当望远镜竖直指向天底时,用自准直方法同时测定仪器的水平差和准直差。传统子午环还有两种必备的附属设备:一是放置在观测室内仪器南、北两边的两架水平准直管,其口径和焦距与子午环的主体望远镜相同,用于测定子午环镜筒弯曲的水平弯曲系数;二是观测室外的南、北方位标,与仪器的距离一般为 40~100 米,用于测定子午环方位差的相对变化。

传统子午环的测微器,是其重要部件之一,它在很大程度上决定了子午环的观测精度和极限星等,因为测微器不但要用于测定天体相对于望远镜视准线的位置,而且还要用于测定仪器的参数。近百年来,子午观测的精度成倍地提高,与新技术在测微器上的应用有着密切的关系。传统子午环上使用时间最长的是目视动丝测微器,它装有垂直动丝和水平动丝,观测者通过目镜进行监视,并旋转测微螺旋移动动丝,保持动丝平分星象,同时测定天体的赤经和赤纬。在 20 世纪 50 年代,开始出现了由狭缝板和光电倍增管组成的电光测微器,不仅完全消除了由动丝跟踪星像产生的人差,而且在偶然误差和系统误差方面都比目视观测的精度高得多^[4],也有利于观测的自动化。典型的光电测微器有两种:一种是多狭缝光电测微器^[5],狭缝板上刻制着几组透明狭缝,有用于观测恒星和小行星、并同时测定它们的赤经和赤纬的一组间距较小的 V 形狭缝,有用于测定太阳像前后边缘位置的一组斜狭缝,有用于观测大行星的一组间距较大的 V 形狭缝,还有用于观测天底点和方位

标、测定仪器参数的斜狭缝,这种测微器,或结合具体的观测目标的改进型测微器,已经在多架子午环上采用,有些还采用了光子计数技术;另一种是旋转刀口式的光电测微器,一块半圆形的旋转着的刀口同时分别在赤经滑块和赤纬滑块上移动,对星像作光电跟踪,这种测微器在波尔天文台使用后,取得了传统子午环的最高观测精度,单次测定精度接近于 $\pm 0.11''^{[6]}$ 。

传统子午环绝对测定天体位置的原理很简单,即通过对拱极星上、下中天的观测,由上、下中天记录时刻之差解算仪器的方位差 a ,用上、下中天天顶距测定值的平均值来计算瞬时纬度 φ ;有了 a 和 φ ,利用每颗天体中天观测得到的记录时刻 T 和天顶距 z ,就可得到它们的赤经 α 和赤纬 δ :

$$\begin{cases} \alpha = T + a \sin(\varphi_0 - \delta_0) \sec \delta_0 \\ \delta = \varphi \pm z \end{cases} \quad (5.1)$$

(5.1)式中的 φ_0 和 δ_0 分别为纬度 φ 和被测星赤纬 δ 的近似采用值;记录时刻 T 为地方恒星时,需要对其进行钟差修正、水平差和准直差修正,有时还要作镜筒旁弯曲修正;天顶距测定值 z 需作大气折射、镜筒弯曲修正以及星径曲率改正,在其度盘读数中还需作度盘分划误差修正和天顶点读数修正(包括度盘零点偏差、仪器在南北方向的水平差和测微器在南北方向的零点偏差), z 前面的符号为:对天顶以北中天的天体,取正号;对天顶以南的情况,则取负号。可以看出, T 和 z 都是测量值,以致一架子午环能否绝对测定天体的位置,决定于能否绝对测定 a 和 φ ,传统子午绝对测定方法依赖于拱极星上、下中天观测来绝对测定 a 和 φ ,这就决定了传统的子午绝对测定方法只适用于纬度较高的地区(包括南半球),以便保证拱极星下中天时,天顶距不是很大,能够有效的取得下中天的时刻和天顶距测定值。

通常情况下,拱极星上、下中天观测总有一次在白天进行,可观测的星很少,因而能获得的测量值十分有限,一般每年仅有几十

个数据,而仪器的方位差是不断变化的,为此,附设了南、北方位标,拱极星的观测仅用于测定两个方位标连线的方向,夜间观测时,每两小时左右观测一次方位标,测定仪器的相对方位差;瞬时纬度变化曲线也不能直接得到,只能取拱极星 6 年观测的平均值作为平纬改正,以便消去纬度变化的周年项和周期近似为 1.2 年的张德勒(Chandler)项,至于纬度变化曲线,则由附近的天顶仪观测结果或已知的地极坐标(x, y)来计算,所以,严格地说,这种测量瞬时纬度的方法不是绝对测定。

传统子午环绝对测定天体位置的精度,除了与 α 和 φ 的测定精度有关外,还与需作修正的各种仪器误差的测定精度和修正采用值的精度有直接关系。这种仪器只能 1~2 小时观测一次天底镜,用自准直方法测定水平差和准直差的组合值和度盘天顶点读数,并且定期地把仪器转置 180° 重新进行测定,以便把水平差与准直差分解开来,两次测量之间每颗天体观测时的修正值只能依赖内插法来取得,不能实时测定;或用跨水准测定水平差,用水平准直管测定准直差,这些也只能在望远镜放置在某些特定的指向时进行,不能象中星仪那样在每颗天体观测时实时测定。实践证明:水平差和度盘天顶点读数都是随着环境温度而变化的仪器误差,而且这些测量方法本身有多种因素引起测量值的随机误差和系统差^[7],加之用内插法取值,使其成为测定值 T 和 z 的主要误差源之一;近年来,度盘分划误差在系列法的基础上发展了一些能经常作重复测定的方法,使这种误差已不是天顶距 z 值的主要误差源; z 值的最大误差源是镜筒弯曲,它只能依靠水平准直管测定出镜筒的水平弯曲系数,并且采用过分简化了的模型,以天顶距为唯一引数来进行修正,以至于这种误差成为赤纬系统随天区而变化的系统误差的主要来源。传统的子午环绝对测定方法不能直接测定大气折射,只能在原理上利用拱极星上、下中天的观测,在求解纬度值的同时,解算出大气折射常数的改正值,而且因镜筒弯曲等误差的

影响,结果的可靠性较差,这也是引起赤纬系统随天区而变化的系统误差的主要因素之一。

由于上述原因,传统子午环的观测结果都难以消除随天区和随时间而变化的系统误差,以致在一系列的基本星表中,都程度不同地受到这种系统误差的影响。为了减少一些主要的仪器误差,特别是镜筒弯曲的影响,人们研制了水平子午环,较为典型的有:普尔科沃天文台的苏哈列夫水平子午环,尼古拉耶夫天文台的轴子午环,陕西天文台的中丹水平子午环(原称为玻璃子午环),它们的观测原理基本上还是沿用了传统子午环绝对测定原理,但是都基本上消除了镜筒弯曲的影响,因为它们的镜筒都是平放着不动的;中丹水平子午环还能在每颗天体观测时,实时测定水平差和准直差,这是对传统的子午绝对测定方法的一项重大改进。

5.1.3 传统子午环配备 CCD 测微器

传统子午环配备 CCD 测微器,是子午仪器测微器的一个重大发展,与光电测微器中最为先进的光子计数技术相比,被测星的极限星等提高了 5 个星等,观测效率提高了几百倍,并且把测微器本身引起的误差成分压缩到最小程度。目前,这种新型测微器的应用还处于起步阶段,有些问题还在试验和探讨,其观测方法、CCD 芯片本身的各种误差的测定和修正方法以及与子午环有关的误差理论,均有待于进一步地完善。

传统子午环配备 CCD 测微器是美国海军天文台旗杆镇工作站首先探索和试验成功,它具有开创性意义。斯通(R. C. Stone)等人^[8]在该站 8 英寸传统子午环的焦平面上,安放了一块 800×800 象元的 CCD 芯片,视场大小为 $20' \times 20'$,通过约 80 秒钟时间的露光,观测的极限星等达到 17.5^m。他们把这架仪器重新命名为 FASTT,其寓意是该工作站的天体测量扫描式子午望远镜。从这个名字中可看出:这架仪器仍旧是子午仪器,在子午面上观测,每

夜观测时,望远镜指向某一固定的天顶距,CCD 芯片也在焦平面上固定不动,星像以每秒 $15''\cos\delta$ 的速率扫过 CCD 芯片,星光在每一象元上产生的光电子,以星像运行的速度漂移扫过芯片,到芯片边缘时读出。一颗星像产生的光电子,在该星像扫过芯片的时间内,随着漂移扫描而逐渐增多,即以该星扫过时间作为露光时间而累积。这种仪器在一个夜晚能测定赤经跨度为几小时(观测持续时间)、赤纬带宽为 $20'$ 的带区内所有亮于极限星等的天体(星像饱和的亮星除外)之间的相对位置,每个 $20' \times 20'$ 的视场中有 50 多颗甚至 200 多颗星像,这样,每小时就能观测到两千多颗天体,包括被观测天区内亮于 17.5^m 的河外射电源的光学对应体。

斯通等人在这种测微器试验成功后,又把 CCD 芯片换为 1024×1024 象元的芯片,并且在采用了新的星等衰减器后,观测星等范围扩充为 $3.5^m \sim 17.5^m$,一幅 CCD 图像上的星像多达 300 颗,一小时可观测到约九千颗天体,单次测量精度的平均值为 $\pm 0.1''$,对于亮于 16.5^m 的恒星,其单次测量精度为 $\pm 0.05''^{[9]}$ 。

由于望远镜指向的天顶距和方位差的变化都能引起图像上星像之间相对位置的畸变,特别是赤经相差比较大的天体之间,直接引起天体之间相对位置测定值的误差。为此,仪器上装有 CCD 照相机,以代替原有的读数显微镜,用来精确地监测度盘读数的变化,仪器旁边还有激光测距仪,用来监测仪器方位差的变化。

已经有不少子午环模仿采用了旗杆镇工作站的这套 CCD 测微器^[10],其中有美国海军天文台设在新西兰观测站的 7 英寸子午环、普尔科沃天文台的 20 厘米子午环、东京天文台的 19 厘米子午环等,有一些传统子午环上也采用了 CCD 照相机。

这种 CCD 测微器的采用,将对于在某一参考架系统中扩充星数和星等方面起到重要的作用。可是,由于望远镜指向误差的影响,且无可靠的方法测定和修正这种误差,以致只能在某一已有的恒星参考架系统中来扩充星数。严格地说,CCD 照相机虽然能监

视用于显示仪器指向的度盘读数的变化,却不能可靠地测定望远镜指向天顶距的变化,因为 CCD 照相机的支架会随着环境温度的变化而变形,从而引起 CCD 照相机位置的微小变化,这与传统子午环的度盘天顶点读数的变化是一样的,一夜的变化量约 $1''$ 量级, CCD 照相机因其支架随温度的变形而引起的微小位移是必须给予考虑的主要因素;用激光测距仪监测望远镜指向受水平差和方位差变化的影响,也只能是近似的,因为激光测距仪本身也会有微小的位移,这与方位标是一样的,方位标的位置变化尚需采用对拱极星的观测来监视,激光测距仪的位置在没有专门监测的情况下,也不能认为是不变的。另外,当仪器的方位差和水平差达到几角秒量级时,对于 $20' \times 20'$ 或更大的 CCD 图像,方位差和水平差的较差修正也是不可忽略的因素,而当不能直接测定这些参量时,这些较差修正也无法考虑。由于这些仪器误差的影响,使得由不同夜晚观测结果比较所得到的单次相对测定精度远低于其量度坐标的测量精度,仅达 $\pm 0.10''$ 的量级。相对于某一恒星参考架的测量,参考架中定标天体的位置误差都带进测定结果中,以致在采用现有的星数较多的星表作为参考星表,例如 AGK3 星表,测定小行星的精度仅达十分之几角秒,当依巴谷卫星的星表采用后,能使其测定精度提高一个数量级,因为依巴谷卫星的恒星参考架中每平方度有三颗恒星,平均而言,每扫过 $4'' \sec \delta$ 的赤经跨度,就有一颗位置精度达几个毫角秒的参考星,可以基本上避免望远镜指向缓慢变化的影响。同时,以依巴谷卫星的星表作为参考星表,也能为这一参考架与河外射电源天球参考架之间的连接起到重要作用,因为这种仪器能观测到几十颗河外射电源的光学对应体。

目前,配备 CCD 测微器的传统子午环仅用于天体位置的相对测定,还未有用于绝对测定的先例,原因之一是测定和修正仪器误差的方法尚不完善,即使能像传统的子午绝对测定方法中那样测定仪器的各种误差,也由于误差测定值的精度不高,与 CCD 定位

测量的精度不匹配,还不如只用于相对测量更能发挥 CCD 测量的高精度优势;原因之二是尚没有用 CCD 测微器绝对测定仪器方位差和瞬时纬度的方法。用 CCD 测微器在夜间观测方位标是可行的,但在白天观测拱极星尚有困难,以致只能测定仪器的相对方位差,即相对于方位标的方位差及其变化,不能绝对测定方位标的位置和瞬时纬度。根据推导,利用 CCD 测微器能观测到的极限星等很暗以及其视场较大的特点,观测近极星,在精确测定出若干颗近极星的位置后,把它们作为天然的方位标,每夜几次测定瞬时方位差和瞬时纬度,是可以实现绝对测定天体位置的目标的。这一方法将在 5.2.4 节中作简单介绍。

低纬子午环配备 CCD 测微器后,将能克服上述困难,从而能够绝对测定天体位置。

5.1.4 低纬子午环和低纬子午绝对测定方法简介

低纬子午环是在不同纬度地区,包括赤道地区,都能对天体位置作绝对测定的新型子午仪器。它通过同一天体在卯西方向和子午方向的交叉观测,绝对测定仪器的方位差和瞬时纬度,并且同时绝对测定瞬时大气折射值;它通过转轴观测直接消除一些仪器误差,还采用一系列自准直方法测定各种仪器误差;它能克服仪器的重力变形和热变形的影响、加工误差和磨损影响,也能消除由大气因素引起的系统误差的影响。

低纬子午环的结构如图 5.1 所示,其望远镜系统是有效口径为 40 厘米的加改正镜的反射式望远镜,通过水平轴末端的球形枢轴支承于左右叉臂上端的 V 形槽上,叉臂与仪器旋转定位系统的上盘联成一体。定位系统由上、下盘及其之间的 16 颗均布的钢球组成,以便上盘以上部分,包括望远镜系统,能在子午方向与卯西方向之间转置,并便于在子午方向和卯西方向转置 180° ,作转轴观测,也可以在子午方向与子午线两边 45° 方位之间转置,便于在

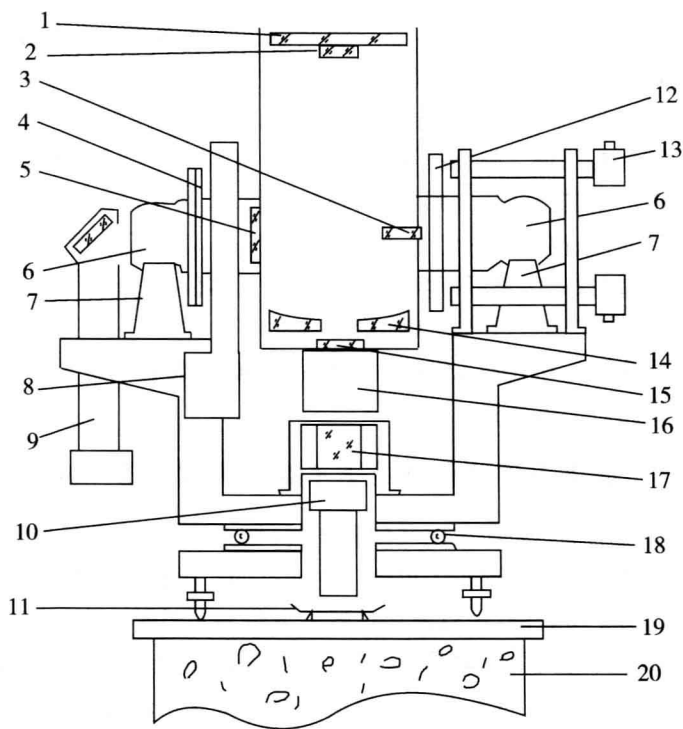


图 5.1 低纬子午环结构示意图

1. 密封窗 2. 副镜 3. 自准直平面镜 4. 电感同步器 5. 轴准直系统反射镜 6. 球形枢轴 7. 叉臂 8. 高度转动系统 9. 轴准直器 10. 电水准器 11. 水银盘 12. 垂直度盘 13. 读数显微镜 14. 主镜 15. 改正镜 16. 测微器 17. 立方反射镜 18. 定位系统 19. 底板 20. 花岗岩基墩

赤道地区作子午绝对测定。定位系统的下盘通过三个支承放置于基墩上面的底板上,三个支承按等边三角形分布,并且按点、线、面的要求设计而成,以便于调节仪器的方位指向和水平差,把仪器的方位差和水平差控制在一定范围之内。在镜筒一侧的水平轴上装有一只直径为 40 厘米的玻璃度盘,分划间距为 $2'$,相应地有两对对径分布、其间夹角为 $39^\circ 40'$ 的固定不动的读数显微镜,用于测定望远镜指向的天顶距;镜筒另一侧有一只电感应同步器,分辨率为 $1''$,用于放置望远镜的天顶距的指向。为了观测每颗天体时能实时测定镜筒弯曲,在镜筒内有一块自准直平面反射镜固定于一边的水平轴上,它与望远镜的主镜和副镜组成自准直系统。在定位系统的上盘中央,有一电水准器与放置在仪器底板上面的水银盘组成自准直系统,用于测定仪器在两个方向的水平差。度盘对面的水平轴中,也有一块自准直平面反射镜,与水平轴端外的轴准直器组成自准直系统,用于测定枢轴不规则和左右叉臂温差引起的水平轴指向漂移的影响。在上盘的上方有一块立方反射镜,与装在仪器底板上的准直管组成自准直系统,测定仪器定位系统误差引起的仪器在不同方向之间转置后的方位指向误差。从这些部件看出:低纬子午环的结构及测定仪器误差的各种装置与传统子午环的差异是相当大的。

低纬子午环通过一颗星在卯西方向和子午方向的交叉观测,绝对测定方位差和瞬时纬度。设瞬时纬度 φ 和被测星赤纬 δ 的近似采用值分别为 φ_0 和 δ_0 ,该星通过仪器卯圈和西圈方向的记录时刻分别为 T_e 和 T_w ,并且已经作过水平差、不同方向的放置误差和星径曲率修正,该星通过子午方向的记录时刻和天顶距测定值分别为 T_m 和 Z_m ,也已经作过除了方位差以外的仪器各种误差和大气折射修正,再设仪器方位差在 $T_e \sim T_w$ 时间内仅有线性变化,仪器子圈方向与卯圈方向之间的夹角为 $90^\circ + \Delta\theta$, $\Delta\theta$ 作为仪器参数预先用实验室方法测定出,则方位差 a 和瞬时纬度 φ 可由下式

直接计算出:

$$\begin{aligned} & a[1 - \sin\varphi_0 \sin(\varphi_0 - \delta_0) \sec\delta_0] + \Delta\theta \\ &= \frac{1}{2} \sin\varphi_0 (2T_m - T_e - T_w) \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\sin(2\varphi - z_m) = \sin z_m \operatorname{ctg}^2 \frac{T_w - T_e}{4} \quad (5.3)$$

(5.2)和(5.3)式中除了几项测定值以外,仅采用了近似值 φ_0 和 δ_0 ,不依赖于任何已知的星表系统,所以这种对 a 和 φ 的测定是绝对测定。把这样获得的 a 和 φ 代入其他所有在子午方向观测的天体所建立的(5.1)式,则能实现所有这些天体位置的子午绝对测定。

与拱极星上、下中天观测相比,这种测定方法所需的时间较短,只要在夜间观测,例如在纬度为 25° 的地区,如果卯酉方向观测的天顶距为 45° ,则 $(T_w - T_e)$ 约为 6 小时。这种方法只要安排得好,一夜可得到几对测定值,在不设置和观测方位标的条件下,就能测定和平滑出实测的瞬时方位差和瞬时纬度变化曲线,实现真正的绝对测定;这种方法不受观测点地理纬度的限制,从高纬度到低纬度地区都适用,对于赤道地区,则可用偏离于子午圈 45° 的地平经圈方向的观测代替卯酉方向的观测,同样可达到绝对测定的目的。但是,这种方法有两个缺点:一是假设从 T_e 到 T_w 时间内方位差仅有线性变化,这是不可能的,因为仪器的方位差的变化受着多种因素的影响,很难想象和要求这些因素也是线性变化的,而且这里解算出的仅是 T_m 时刻的方位差,即使是线性变化,一颗星的观测也无法求解出其变化速率,更无法直接获得 T_e 和 T_w 时刻的方位差,只能通过一夜中几颗星的观测,来得出方位差的近似变化曲线,并外推到一夜观测的开始时刻和结束时刻,或采取比较复杂的处理后,得到一夜开始和结束时刻的方位差;二是瞬时纬度测定值的精度不高,从(5.3)式看出: z_m 的测定误差对 φ 的测定精度影响很大,特别是在卯酉方向的观测天顶距较小的情况下,随着卯酉

方向观测天顶距的增大, T_e 、 T_w 和 T_m 的测定误差的影响也迅速减少。

为克服这些缺点, 可以采用星对观测代替一颗星的观测, 即在每夜的观测开始时, 先在卯圈方向观测两颗不同天顶距的星, 例如一颗星的 z_{e1} 为 60° 左右, 另一颗星的 z_{e2} 约为 30° , 它们通过卯圈的时刻仅相差几分钟, 测定它们过卯圈方向的时刻和天顶距 z_{e1} 和 z_{e2} , 以后再在子午方向分别观测它们, 取天顶距测定值为 z_{m1} 和 z_{m2} , 在几分钟内方位差的变化及其对 z_m 的影响均可以忽略的假设下, 可以得到下列方程组:

$$\begin{aligned} [\cos(\varphi_0 - z_{m1}) - \cos z_{e1} \cos \varphi_0] \Delta\varphi - a \sin z_{e1} \cos \varphi_0 \\ = \cos z_{e1} \sin \varphi_0 - \sin(\varphi_0 - z_{m1}) \quad (5.4) \\ [\cos(\varphi_0 - z_{m2}) - \cos z_{e2} \cos \varphi_0] \Delta\varphi - a \sin z_{e2} \cos \varphi_0 \\ = \cos z_{e2} \sin \varphi_0 - \sin(\varphi_0 - z_{m2}) \end{aligned}$$

从而, 可以联合求解出瞬时纬度和这对星通过卯圈的平均时刻的方位差(式中的 a 为方位差加仪器参数 $\Delta\theta$); 同样地, 可以在夜晚观测将近结束时, 安排两颗星在酉圈方向不同天顶距观测, 并且预先已在子午方向观测了它们, 则可以得到相类似的方程组, 联合求解出瞬时纬度和这对星在酉圈方向观测平均时刻的方位差。这种方法不仅提高了瞬时纬度测定值的精度, 同时获得了一个观测夜开始和结束时刻的方位差测定值, 避免了由外推引起的误差, 或采用其它处理方法所得结果的不绝对性, 而且缩短了获取一对测定值所需的时间, 因为每颗星仅在卯酉方向的一边必须取得观测值, 与子午方向的观测值组合求解。为了提高方位差的测定精度, 在一夜观测的中间, 可以分别在卯圈和酉圈相隔几分钟的时间内各观测一颗星, 得到天顶距测定值 z_e 和 z_w , 在酉圈观测的星需要预先在子午方向观测, 得天顶距测定值 z_{m1} , 卯圈方向观测的星还必须保证当夜能在子午方向进行观测, 得到 z_{m2} , 这种观测可得方程组:

$$\begin{aligned}
 & [\cos(\varphi_0 - z_{m2}) - \cos z_e \cos \varphi_0] \Delta\varphi - a \sin z_e \cos \varphi_0 \\
 & \quad = \cos z_e \sin \varphi_0 - \sin(\varphi_0 - z_{m2}) \\
 & [\cos(\varphi_0 - z_{m1}) - \cos z_w \cos \varphi_0] \Delta\varphi + a \sin z_w \cos \varphi_0 \\
 & \quad = \cos z_w \sin \varphi_0 - \sin(\varphi_0 - z_{m1})
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

联合求解后可得到 a 和 φ , a 中也含有 $\Delta\theta$, a 的定值精度可达 ± 5 毫时秒量级。这种观测一对星的天顶距之差没有要求, 如果观测的天顶距 Z_e 或 Z_w 较小, 例如 $30^\circ \sim 40^\circ$, 所需的总观测时间跨度仅 $4 \sim 5$ 小时, 这对于晴夜的观测是能做到的。星对观测选星是比较容易的, 就 $\varphi = 25^\circ$, 对极限星等达 13^m 的光子计数测微器或极限星等达 17.5^m 的 CCD 测微器的低纬子午环而言, 在十几度赤纬带中, 有大量的恒星可供选用。为了比较和提高测定值的可靠性, 单星交叉观测和星对交叉观测的两种方法应当配合采用。星对观测虽然提高了 φ 和 a 的测定精度, 并且可获得一夜中实测的方位差变化曲线, 但毕竟需要 4 小时或更长的时间才能获得一对测定值, 这对于天气不太好的时期, 一夜只有短时间可进行观测的情况, 例如 $1 \sim 2$ 小时的观测, 是很不利的, 不能取得方位差修正值。当低纬子午环配备 CCD 测微器后, 可以通过对近极星的观测来克服这一困难, 同时也作为卯酉方向和子午方向交叉观测的补充, 提高 φ 和 a 的测定精度。这种方法将在 5.2.4 节中介绍。

在卯酉方向观测同时测定的天顶距, 除了用于计算方位差和瞬时纬度以外, 还用于绝对测定瞬时大气折射值, 对于一架绝对测定天体位置的基本测量仪器来说, 这是一项重要的工作, 也是一种必须具备的功能。有了精确的瞬时纬度值, 再通过被在两个方向交叉观测的恒星的子午观测, 可以得到其赤纬的绝对测定值, 加之已有的瞬时方位差, 就能计算出该星通过仪器卯酉方向时的真天顶距, 与视天顶距测定值比较后, 即可直接得到在观测时刻的气温、气压条件下的瞬时大气折射值。当然, 要测定该星的赤纬时, 也受到大气折射或其采用值误差的影响, 但考虑到同一颗星通过

卯酉圈和子午圈时的天顶距是不同的,所受到的大气折射或其采用值误差的影响也是不一样的,只要计及在子午方向天顶距测定值中所受的影响,就能够计算出大气折射值。把这些测定值都统一归算到标准大气条件下,并对不同天顶距的多星长期的测定值作分析,即能得到适合于一个具体观测台站的实测的大气折射模型,编制出相应的大气折射表。

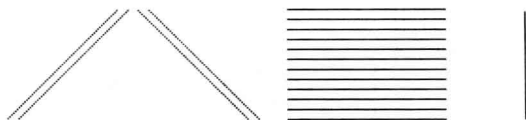


图 5.2 光子计数测微器的狭缝板

为了在子午方向和卯酉方向都能同时测定星过时刻和天顶距,低纬子午环在配备 CCD 测微器之前,采用多狭缝光子计数测微器,狭缝板如图 5.2 所示,由三组透明缝和一个透明光孔组成,子午方向观测时狭缝板以 $(15'' \cos \delta \pm 30'')/秒$ 的速度左右扫描,V 形狭缝以 $30''/秒$ 的相对速度往返扫过星像,同时测定星过时刻和天顶距;卯酉方向观测时,则以 $(15'' \sin \varphi \sin z_{ew} \pm 30'')/秒$ 的速度左右扫描,垂直狭缝也以 $30''/秒$ 的相对速度往返扫过星像,测定星过时刻;测定天顶距 z_e 和 z_w 时,狭缝板保持不动,星像以 $15'' \cos \varphi/秒$ 的垂直速度分量扫过一组水平狭缝;测定镜筒弯曲时,照亮透明光孔,成一人造星,光线通过望远镜系统和镜筒内部的自准直平面反射镜后,成像于狭缝板平面上,狭缝板以 $15''/秒$ 的速度左右扫描,即 V 形狭缝以 $30''/秒$ 的相对速度往返扫过自准直像,同时测定出镜筒的垂直弯曲和旁弯曲影响,包括光路系统中主镜、副镜微小的位移和旋转的影响。狭缝板的扫描动作,在转轴前后重复进行。

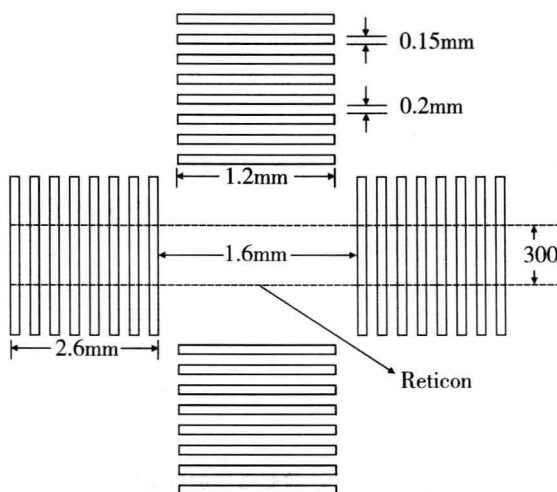


图 5.3 轴准直器和电水准器的狭缝板

低纬子午环在子午方向和卯酉方向都作转轴观测,即在天体通过子午圈或卯酉圈之前,先观测约 30 秒钟,将仪器转置 180° 后,再观测约 30 秒钟,取转轴前后测定值的组合。在观测时,同时自动测定仪器的各种误差和读取度盘读数,也取转轴前后测定值的组合。这种观测方式可以消除仪器的准直差和度盘天顶点读数,因为这些误差在转轴前后的两分钟内变化量的影响是可以忽略的,而且可以消除测定仪器误差的各个自准直系统测微器的零点偏差及其漂移的影响(只要在观测和转轴的约两分钟内,这种漂移变化的影响可以忽略),从而能把对这些仪器误差的绝对测定分解为相对测量,再组合成绝对测定值。

下面分别简述几项主要仪器误差的测定方法。

1. 镜筒弯曲

利用 V 形狭缝往返扫描人造星的自准直像,取每一扫描单程中 V 形两狭缝扫过自准直像时刻的半差,再取各单程的平均值,作为测定值,它含有镜筒弯曲引起的自准直像相对于狭缝水平中

线偏离的成分,取转轴前后的测定值之半差,即可得到镜筒垂直弯曲的影响量,与狭缝在上、下方向的位置偏差无关;取狭缝扫过自准直像的一系列时刻平均值与起始扫描时刻之差值,它含有镜筒旁弯曲和狭缝板左右偏差的成分,取转轴前后这种差值的半差,即得到转轴前后镜筒旁弯曲对星过时刻的影响,并且同时消去了狭缝板位置偏差的成分。这种测定镜筒弯曲的方法允许在转轴过程中主镜和副镜有微小的位移和旋转,仅要求镜筒内固联于水平轴上的自准直反射镜法线的指向在两分钟内变化量的影响可忽略,从而降低了对主、副镜固定的工艺要求。

2. 枢轴不规则和水平差

枢轴工作截面的非圆形能引起不同天顶距指向时水平轴指向的变化,即使枢轴的加工研磨精度达 $\pm 0.2\mu\text{m}$,对长 $1.0 \sim 1.4$ 米的水平轴而言,也含有 $\pm 0.03'' \sim \pm 0.04''$ 的指向变化,而且在仪器使用过程中,这种精度很难保持,因为尽管仪器上有卸荷装置,使 V 形槽的支点承受到枢轴施予的压力很小,但总得有几公斤的压力,才能使水平轴不发生漂浮,以保证 V 形槽起到定位作用,这就不可避免地使枢轴受到磨损,另外,仪器左右叉臂高度因温差产生的相对变化也能直接引起水平轴指向的变化。

低纬子午环采用准直管与水平轴空腔内的平面反射镜组成的自准直系统来测定水平轴指向变化,准直管的焦距为 2 米,准直管的测微器由如图 5.3 所示的两组各 16 条狭缝的狭缝板和两块垂直分布的 1024 象元(每象元宽为 $15\mu\text{m}$)的 Reticon 接收器组成,照亮狭缝板,透过狭缝的光线经准直管系统、再经平面镜反射后,成像于 Reticon 上,读取各狭缝像在 Reticon 上位置的平均值,并且取转轴前后平均值的组合,即能同时分别测定出水平轴指向相对于叉臂,即相对于定位盘上盘在水平方向和垂直方向的变化,它们的影响分别与仪器的方位差和水平差的影响类似,都影响着星过时刻,但并不直接影响天顶距测定值,因为即使枢轴的精度仅有 ± 2

$\sim \pm 3\mu\text{m}$, 比传统的精度要求降低了一个数量级, 水平轴指向的变化仅有 $\pm 0.5''$ 量级, 对度盘分度弧平面与读数显微镜视准线之间垂直度的影响也是这一量级, 这对于用对径分布的读数显微镜读取度盘读数的影响甚微。电水准器的准直管装于仪器定位盘上盘的中央, 其测微器与轴准直器的相应部件一样, 仅采用水银面代替平面反射镜, 能同时分别测定出仪器上部在东西方向和南北方向的水平差, 即定位盘上盘相对于水银面的水平差。因为这种测量都采用多狭缝像位置的平均值和转轴前后各约 30 秒钟多次采样值的平均, 测量精度可达到 $\pm 6\text{mas}$, 都优于 $\pm 0.01''$ 。

3. 方位指向误差

由于定位系统的分度误差影响, 仪器的子午方向与卯西方向不可能严格垂直, 转轴前后的望远镜指向也不会严格相同, 再加上其他的随机因素, 引起仪器每次转置后方位指向的误差, 这些都会影响星过时刻和卯西方向的天顶距测定值, 为此, 设置了由立方反射镜和准直管组成的自准直系统, 来测定仪器的方位指向误差。立方反射镜用微晶玻璃制成, 四侧都是反射面, 温度变化引起的畸变很小, 与之相配的准直管安装在仪器底板上, 其焦距为 2 米, 测微器由刻有一组水平方向分布的 18 条狭缝的狭缝板和一块 1024 象元的 Reticon 接收器组成。仪器在不同方向转置时, 立方反射镜跟随着旋转, 准直管不动, 这样仪器放置于不同方向时, 有不同的反射面对准直管, 读取 18 条狭缝的自准直像在 Reticon 上位置的平均值, 就能检测出每次放置的偏差。在正式测定放置误差之前, 先在立方反射镜相对于镜架旋转近似 90° 前后, 多次转置仪器, 分别在四个方向读取狭缝像位置各自的平均值, 测定出立方反射镜的装置误差和四个反射面之间不垂直的偏差、仪器子午方向与卯西方向之间的夹角以及在两个方向转轴前后的指向偏差, 作为仪器参数供观测时计算修正值使用。在每次观测时, 实时读取的狭缝像位置平均值作了上述参数修正后, 即得到方位指向误差, 用

于对子午方向的星过时刻或卯西方向的星过时刻和天顶距测定值作修正,精度同样可优于 $\pm 0.01''$ 。这种方法,在大大地降低对定位系统精度要求的情况下,仍能保证仪器在不同方向的定位精度优于 $\pm 0.01''$ 。

4. 度盘分划改正

低纬子午环读数显微镜的测微器也采用 Reticon 接收器,视场中有间距为 $2'$ 的 10 条刻线成像于 Reticon 上,两对显微镜共读取 40 条刻线像,在 30 秒钟内多次采样读数的平均值,精度也优于 $\pm 0.01''$ 。保证度盘读数精度的关键是有可靠的度盘分划改正值,(对于对径分布的两只读数显微镜读数平均值,可用对径改正值,即直径两端两刻线改正值的平均),特别是不同环境温度条件下的不同改正值,用于对度盘读数作修正。这里采用组合的固定角距法来测定对径改正,即两对读数显微镜之间的夹角不变,固定为 $39^\circ 40'$,并把 5400 条对径分为 10 组,每组为相间 $20'$ 的 540 条对径,测定改正时,望远镜指向天顶距从南 90° 开始,每一显微镜读取 10 条刻线像在 Reticon 上的位置值,之后,改变天顶距,每步 $20'$,连续取读数,直到天顶距为北 $89^\circ 40'$,作为第一遍测量;第二遍测量从南 $89^\circ 50'$ 开始,每步 $20'$ 取读数,直到北 $89^\circ 50'$,两遍读数组组合后可以求解出每条对径的改正值,共 5400 个数值,精度与每条刻线像 30 秒钟内多次采样平均读数的精度相当。由于每次测量只需要约 6 小时左右,以致连续测量几次,取每条对径改正值几次测定值的平均,即可得到满足精度要求的改正值。也因为每次测量所需的时间较短,有条件经常测量,以获得不同环境温度条件下的不同改正值。由于温度的变化,在一遍测量中两对读数显微镜之间的夹角难免会发生变化,必须测定出来,并对其中一对读数显微镜的读数作修正后,才能保证“固定角距”的要求,为此,这里以度盘本身作为基准来测定这一夹角的变化,即在一遍测量的前后及中间的若干给定时刻,把望远镜放置于指向天顶距 0° 和南北 60° 处读

数,在三个天顶距处,取两对读数显微镜的对径读数之差的平均值,这一平均值随着时间的变化即为两对显微镜之间夹角的变化,因为这样三个天顶距上读取的是度盘分度圆周上均匀分布的 6 段 $39^{\circ}40'$ 的弧段,即使度盘上下部分有温差,6 段弧段的平均弧长可以看成是不变的,能作为一种基准。这种测定对径改正的方法,读数显微镜是固定不动的,避免了一种可变因素的影响;测定对径改正时,读数显微镜与度盘之间的相对位置与平时观测时相同,度盘倾斜及度盘分度弧平面与读数显微镜光轴不垂直的影响也会出现在对径改正值中,被一起修正掉,减少了一种误差源,可以提高观测时的度盘读数精度。

综上所述,低纬子午环采取了一套与传统子午环完全不同的仪器误差测定方法,除了方位差以外,各种仪器误差的测定精度都优于 $\pm 0.01''$,与 CCD 测量的精度相匹配,而且不含系统误差成分,包括仪器的重力变形和热变形引起的系统误差,以及某些部件受磨损的影响,加之它还能克服大气因素引起的系统误差影响,以致在配备 CCD 测微器后,只要采用合适的观测方法,对天体位置作子午绝对测定,就能充分发挥 CCD 测量的高精度的优势。

5.2 低纬子午环配备 CCD 测微器的 观测原理

低纬子午环的 CCD 测微器中,CCD 芯片平放在芯片的支架上,受光面在望远镜的焦平面内,且与其光轴垂直;芯片支架由一根精密丝杆带动,以随着天体赤纬而异的给定速度在左右方向沿着精密导轨移动,轨道旁边还有直线型位置传感器,随时指示芯片支架的位置,其精度达 $\pm 1\mu\text{m}$;为了提高信噪比,芯片必须致冷,考虑到常用的液态氮致冷方法会随着液态氮的蒸发而减轻重量,望

远镜的镜筒两端会失去重力平衡,因而采用电致冷方法,尽管达不到液态氮致冷方法那样的低温,但根据旗杆镇工作站的实践证明是有效的。低纬子午环配备 CCD 测微器后,为了能绝对测定天体位置,基本上仍采用配备多狭缝光子计数测微器的观测方式:仍然通过子午方向和卯西方向的交叉观测测定仪器方位差和瞬时纬度,只是用对一个小天区的露光代替原有的单星观测,用卯西方向不同天顶距的两小天区的观测代替原来的星对观测;仍然通过转轴观测来消去一些仪器误差的影响,并且使另一些仪器误差由要求的绝对测定分解为相对测量;各种仪器误差的测定仍采用原有的测量装置和测量方法,仅镜筒弯曲的测定,因测微器的差异而有所不同。下面分别就子午方向和卯西方向的观测方法、星过时刻和天顶距测定值的取得,以及有关的修正等进行原理性的探讨。

5.2.1 子午方向的观测方法

在子午方向观测时,CCD 芯片在转轴前后都以每秒 $15''\cos\delta_0$ 的速度,在望远镜的焦平面上垂直于子午圈方向移动, δ_0 为 CCD 视场所对应的被观测小天区中央的赤纬近似值(严格地说,应为芯片相对中心所对应的赤纬近似值),在芯片移动速度均匀、准确的理想条件下,CCD 视场中央的天体像相对于芯片的位置不变(星径曲率影响除外),形成圆形星像,在 CCD 视场的上、下部分,即对应天区内赤纬略大于和小于 δ_0 的天体,由于其像移动速度与每秒 $15''\cos\delta_0$ 略有差异,星像在垂直于子午圈的方向相对芯片有微小的位移,形成椭圆的星像,其中心位置对应于跟踪露光平均时刻的星像相对于芯片的位置。为了使不同赤纬的每个小天区所花费的观测时间相同,以便节省赤纬较高天区多花费的等待时间,并使不同赤纬带观测到的极限星等相等,观测安排为在不同赤纬天区的露光时间和转轴时间都相同,即转轴前后露光 30 秒钟,转轴时间也是 30 秒钟,转轴前后芯片起始跟踪和开始露光时刻都相差一分

钟。芯片起始跟踪和停止跟踪的时刻可由天文钟给出的整秒讯号来控制,露光快门的开放和关闭时刻也应分别与芯片跟踪的启动和停止时刻一样。但是作为这些机械部件,动作严格一致的要求是难以满足的,不过,这种不一致对天体位置的测定精度并无影响,可分以下几种情况来分析。

(1)控制芯片启动跟踪和停止跟踪的整秒讯号给出时,芯片并非立即启动和停止,而各有不同的迟滞,从而引起 CCD 视场中所有天体像在芯片上的系统性偏移,而且转轴前后都有相同的偏移,这不能通过转轴观测消除。但是,作为一种高精度的控制系统,这种迟滞时间可看成是不变的。这迟滞时间引起的星像的偏移量与 $\cos\delta$ 成正比,以致在天体的赤经测定值中产生一项与赤纬无关的系统差,平差后进入地理经度采用值的改正值中。

(2)露光快门的实际开放时刻迟于芯片跟踪的实际起始时刻,或者快门关闭的实际时刻早于芯片跟踪的实际停止时刻,这两种时刻差都仅使露光时间略微短些,并不影响星像在 CCD 图像中的位置。

(3)露光快门的实际开放时刻早于芯片跟踪的实际起始时刻,或者快门关闭的实际时刻迟于芯片跟踪的实际停止时刻,在这两种时刻差之内,都出现芯片不动而星像移动成像的现象,前者使星像向赤经增大的方向延长,后者引起星像向赤经减小方向延伸,都产生星像的偏移,其影响与第一种情况一样,偏移量与 $\cos\delta$ 成正比,最后,作为一种系统差,影响着观测点地理经度采用值的改正值,而对观测结果没有影响。

从这些分析看出,这里对控制传动系统的精度要求并不高,只要求稳定。这种观测还要求转轴前后起始跟踪时,芯片相对于望远镜视场中央的预置位置随着赤纬而变,芯片相对中心,即芯片近似的几何中心,或转轴前后观测天区的重叠区中心投影于芯片上的位置点(由于芯片面积较大,受望远镜有限视场的限制,在子午

方向赤纬较低处,转轴前后观测的天区不能完全相同,相同的部分为重叠区,非重叠区仅在转轴前或转轴后有一次观测,这种现象将在 5.2.5 节中叙述),在转轴前,应放置在距离子午圈(更确切地说是望远镜视场的垂直中线)的角距为 $(30 + 15) \times 15'' \cos \delta_0$, 即 $675'' \cos \delta_0$, 转轴后不必另行放置,因为转轴前经过 30 秒钟的露光时间跟踪后,芯片相对中心距离子午圈的角距为 $225'' \cos \delta$, 正好是转轴后起始跟踪时刻的芯片相对中心的预置位置,这里的 30 秒是露光时间,15 秒是转轴时间的一半。芯片预置位置不准确只引起观测小天区的几何中心相对于芯片有误差位移,其性质与准直差类似,在转轴观测中被消除,对观测结果没有影响。

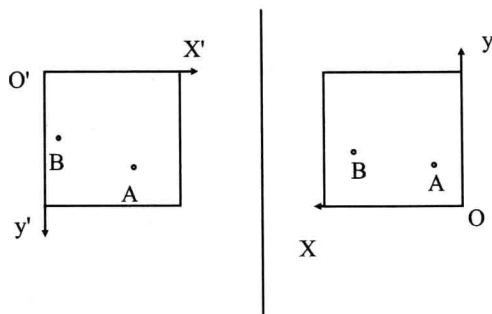


图 5.4 转轴前后的芯片位置和天区投影

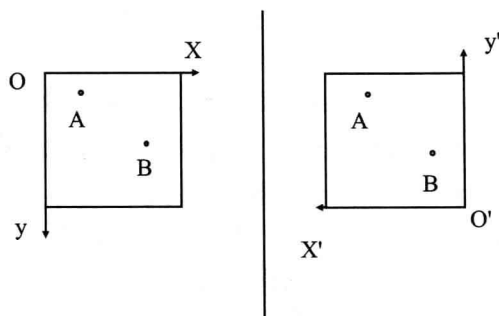


图 5.5 转轴前后观测的天区位置

为了推导天体中天记录时刻和天顶距测定值的表达式,应在 CCD 图像上建立一个量度坐标系。转轴前量度坐标系 $0 - xy$ 取为: x 轴垂直指向子午圈, y 轴指向赤纬增加的方向, 原点 0 在 CCD 图像的一个角上, 因 CCD 芯片在转轴过程中旋转了 180° , 转轴后量度坐标系 $0' - x' y'$ 相对于 $0 - xy$ 也旋转了 180° 。图 5.4 给出了从镜筒方向向下看的转轴前后各自露光平均时刻的 CCD 芯片位置和被测天区投影的 CCD 图像, 图 5.5 为从天球外面看的被观测天区在转轴前后各自露光平均时刻的位置以及相应的量度坐标系的坐标轴指向, 由于望远镜的反射作用, 这两幅图中量度坐标系的坐标轴指向是相反的。可以看出, 量度坐标 x 较小, 或 x' 较大的天体, 赤经值较大, 中天较迟; y 较小, 或 y' 较大的天体, 赤纬较小。设一颗星转轴前后观测得到的量度坐标为 (x, y) 和 (x', y') , 则其半差 $\frac{1}{2}(x' - x)$ 和 $\frac{1}{2}(y' - y)$ 就是这一星像到芯片相对中心在两个方向上的距离, 以象元为读数单位, $(x' - x)$ 和 $(y' - y)$ 都为零的点称为芯片相对中心, 相当于用其它测微器作单星观测的星像位置, 度盘读数以及起始跟踪时刻的给出, 都是相对于这一位置而言的。由于受到芯片预置位置误差、起始跟踪迟滞时间和望远镜的预置天顶距误差等因素的影响, 这一位置相对于芯片而言是不固定的, 不可能保持与芯片的几何中心相重合, 所以只能看成是“相对中心”。

跟踪露光过程中, 设在一系列给定的采样时刻 t_i (转轴后为 t'_i , t_i 和 t'_i 应从开始时刻 t_0 和 t'_0 记录, 如果每 40^{ms} 采样一次, 则 $i = 0, 1, 2, \dots, 750$), 用位置传感器取得的芯片或芯片架上某一给定点的位置为 p_i (转轴后为 p'_i)。在量度坐标已作过芯片制造误差和安装误差的修正、跟踪方向误差的修正以及各种较差修正的前提下, CCD 图像上第 j 颗天体的中天时刻和天顶测定值(定义为天顶以南为正)分别为:

$$T_{mj} = \frac{1}{2}(\overline{t_i} + \overline{t'_i}) + \frac{1}{30}(\overline{P'_i} - \overline{P_i}) R_p \sec[\delta_0 - \frac{1}{2}(y' - y) R_y] \\ + \frac{1}{30}(x'_j - x_j) R_x \sec[\delta_0 - \frac{1}{2}(y' - y) R_y] + \Delta T_e \quad (5.6)$$

$$Z_{mj} = \frac{1}{2}(M - M') + \frac{1}{2}(y' - y) R_y \pm \rho + \Delta z_e + \Delta z_c \quad (5.7)$$

式中的 $\overline{t_i}$ 、 $\overline{t'_i}$ 、 $\overline{P_i}$ 和 $\overline{P'_i}$ 各由 751 个相应采样时刻和对应的位置采样值取平均得到。 δ_0 为芯片的相对中心对应的赤纬; R_p 、 R_x 和 R_y 分别为位置传感器、芯片 x 轴方向和 y 轴方向的比例尺,即每一读数单位的角秒数; M 和 M' 分别为转轴前后的度盘读数,已经作过分划误差修正,天顶以南($M - M'$)为正,天顶以北($M - M'$)为负; ρ 为瞬时大气折射值,天顶以北的观测,取为负; Δz_c 为星径曲率改正,将在 5.2.6 节中予以推导; ΔT_e 和 Δz_e 是除方位差以外的各种仪器误差修正值,其表达式分别为:

$$\Delta T_e = \frac{1}{15}(b_x + A_y) \cos(\varphi_0 - \delta_0) \sec \delta_0 \\ + \frac{1}{15}(A_x + B_x) \sin(\varphi_0 - \delta_0) \sec \delta_0 \quad (5.8)$$

$$+ \frac{1}{15} C_x \sec \delta_0$$

$$\Delta Z_e = b_y + C_y \quad (5.9)$$

其中: b_x 为仪器在东西方向的水平差,水平轴西端偏高为正; b_y 为仪器在南北方向的水平差,电水准的准直管指向偏天顶以南时为正; A_x 和 A_y 为用轴准直器测定的水平轴指向的变化,东端偏北时, A_x 为正,东端偏低时, A_y 为正。 B_x 为用立方反射镜—准直管系统测定的方位指向误差,从上面向下看,逆时针方向旋转时取为正; C_x 和 C_y 分别为实时测定的镜筒旁弯曲和垂直弯曲,视准线偏东时 C_x 为正,视准线偏南(天顶以南向下,天顶以北向上)时, C_y 为正。所有这些仪器误差测定值都以角秒为单位。这种观测还有一种仪器误差不能够被忽略,即驱动芯片跟踪的速度不均匀,

引起星像位置的偏移,反映在 $(x' - x)R_x$ 中,用 $(\overline{P'_i} - \overline{P_i})R_p$ 项来修正,在(5.6)式中相互补偿,从而消除了丝杆不均匀的影响,降低了对丝杆的加工精度要求。

这样,一次观测可以同时获得 CCD 图像中所有天体像,即被测小天区内所有亮于极限星等的天体的中天记录时刻和天顶距测定值,采用了由绝对测定得到的仪器方位差 a 和瞬时纬度 φ 后,即得到这些天体的赤经和赤纬的绝对测定值,只要求它们在转轴前后都能取得量度坐标值。对于非重叠区的天体,将在 5.4.5 节中予以讨论。

5.2.2 卯酉方向的观测方法

卯酉方向的观测与子午方向类似,转轴前后芯片跟踪星像,各露光 30 秒钟,中间转轴时间也是 30 秒钟,跟踪过程中,在一系列的采样时刻 t_i 和 t'_i ,用位置传感器读取芯片架上一个给定点的位置 p_i 和 p'_i 。由于在卯酉方向,视场中的星像是斜向运行的,垂直于卯酉圈的水平速度分量为 $15'' \sin\varphi \sin Z_{ew}$ /秒,垂直分量为 $15'' \cos\varphi$ /秒,后者对在不同天顶距观测的天体为常数。为了使星像相对于 CCD 芯片位置保持不变,应在两个方向都作跟踪,但是考虑到芯片框架在两个方向以不同的速度同时作跟踪,机械传动方面的要求比较高,为了降低工艺要求,也可以考虑把 CCD 测微器绕望远镜的光轴旋转星位角 q 的角度,使传动丝杆与星像运行方向平行,以致芯片仅需在一个方向以 $15'' \cos\delta_0$ /秒的速度跟踪星像,不过,这样又会带进其他误差的影响,例如测微器旋转中心相对于望远镜光轴的偏离,旋转角度不准确等。权衡利弊后,仍采用子午方向观测的跟踪方式,芯片在水平方向作星像运行水平速度分量的跟踪,跟踪速度为 $15'' \sin\varphi \sin Z_{ew}$ /秒,其中 Z_{ew} 为芯片相对中心处的天体过卯酉圈时的天顶距;星像运行的垂直速度分量,则通过望远镜天顶距方向传动机构中的微调丝杆作匀速旋转,以 $15'' \cos\varphi$ /秒

的速度连续匀速地改变望远镜的天顶距,以抵消星像在芯片的 y 轴方向的位移,从而使星像相对于芯片的位置保持不变,两个方向的跟踪同步进行,跟踪时间都是 30 秒钟。

在 30 秒钟的跟踪露光时间内,望远镜的天顶距变化量为 $450'' \cos\varphi$,而低纬子午环的度盘分划间距为 $120''$,对于 $\varphi = 25^\circ$ 的地方,在读数显微镜的 Reticon 接收器上,每条刻线的像在 30 秒钟内,将移动约 3.4 个分划间距,因而必须把 30 秒钟分为相当短的均匀的时间间隔,对 Reticon 接收器上的度盘刻线像位置作多次采样读数,取这些读数的平均值作为露光平均时刻的度盘读数,30 秒钟跟踪露光中取得的 CCD 图像也被看成露光平均时刻的图像。低纬子午环上的读数显微镜、电水准器、轴准直器和测定方位指向误差的准直管,都采用 Reticon 接收器,共有 9 块 Reticon,由计算机控制顺序采读数,储存于计算机内。为消除交流电干扰产生的 50Hz 波动的影响,每隔 40ms,对一块 Reticon 进行采样。为使控制采样的起始和结束时刻与露光的开始和停止时刻一致,在对 9 块 Reticon 顺序采样后,应轮空一次,也便于将来需要时,再增加一种测量设备,这样,每块 Reticon 都是每 400 ms 采样一次,30 秒钟内各采样 75 次,每次取得的是 400 ms 时间内光线激发光电子的累积值。这段时间内,望远镜的天顶距变化为 $6.0'' \cos\varphi$,在 $\varphi = 25^\circ$ 处,该天顶距变化值为 $5.44''$,在 Reticon 接收器上,度盘刻线的像增宽 $5.44''$,使原来宽为 $12''$ 的刻线加宽约 45%,对采样读数没有影响。这一采样读取的刻线位置是望远镜在 400ms 内天顶距平均指向的度盘读数,即对应于采样时刻前 200ms 时刻的望远镜指向。四只读数显微镜各进行 75 次读数,总共 300 次的采样读数平均值对应的平均时刻应与露光的平均时刻一致,若在实际情况下不能一致,必须对度盘读数作修正,修正到与露光平均时刻一致。考虑到露光开始时刻前,已把所有 Reticon 上的光电子全部消除了,并且都在露光开始时刻 t_0 同时照光,累积光电子,40ms 后采样的第一块

Reticon 仅累积了 40ms 内激发的光电子,读数对应于 $t_0 + 20\text{ms}$ 的时刻,第二块累积了 80ms 的光电子,对应的时刻为 $t_0 + 40\text{ms}$,第 9 块读数对应的时刻为 $t_0 + 180\text{ms}$,由于轮空一回,第一块 Reticon 第二次采样读数对应的时刻为 $t_0 + 240\text{ms}$ 。这里有两种情况:一是把四只读数显微镜的采样安排在最前面,作为第一到第四块,则总共 300 次采样读数平均值(度盘读数)对应的平均时刻比露光平均时刻早 298ms,需对度盘读数作的修正值为 $4.47''\cos\varphi$;二是把读数显微镜的采样读数安排在最后,则其平均时刻比露光平均时刻早 99.3ms,修正值为 $1.49''\cos\varphi$ 。

其他 5 块 Reticon 的采样读数平均值不需要考虑这一类修正,因为它们与望远镜天顶距的缓慢变化无关,Reticon 接收器上狭缝像的位置基本上是不变的。

驱动望远镜天顶距变化的微调丝杆,一般的加工精度仅有 $\pm 1 \sim 2\mu\text{m}$,其螺距存在系统误差和随机误差,系统误差引起星像相对于芯片在 y 轴方向的系统性漂移,形成了椭圆像,影响着像中心位置,随机误差引起星像在其平均位置上、下摆动,也使星像成椭圆,由于这些误差也同样引起度盘刻线像在读数显微镜 Reticon 接收器上的漂移和摆动,影响着采样读数值,在最后处理时,两者相互补偿,不影响天顶距测定值。

与子午方向的观测一样,若设 CCD 图像上第 j 颗天体像在转轴前后的量度坐标为 (x_j, y_j) 和 (x'_j, y'_j) ,同样地已作过各种修正,在一系列采样时刻 t_i 和 t'_i ,用位置传感器取得的芯片位置为 p_i 和 p'_i ($i = 0, 1, 2, \dots, 750$),则该天体通过仪器卯酉方向(含方位差影响)的记录时刻和天顶距测定值为:

$$T_{enj} = \frac{1}{2}(\overline{t_i} + \overline{t'_i}) + \frac{1}{30}(\overline{p'_i} - \overline{p_i})R_p \csc\varphi_0 \csc(z_{ew} + \Delta z_j) \\ + \frac{1}{30}(x'_j - x_j)R_x \csc\varphi_0 \csc(z_{ew} + \Delta z_j) + \Delta T'_e + \Delta T_c \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned}
z_{ewj} = & \frac{1}{2}(\overline{M} - \overline{M}') + \frac{1}{2}(y' - y)R_y \\
& \mp \frac{1}{2}(\overline{p'_i} - \overline{p_i})R_p \operatorname{ctg} \varphi_0 \operatorname{csc}(z_{ew} + \Delta z_j) \\
& \mp \frac{1}{2}(x'_j - x_j)R_x \operatorname{ctg} \varphi_0 \operatorname{csc}(z_{ew} + \Delta z_j) + \Delta z_{c(ew)} + \Delta z'_e + \rho
\end{aligned} \quad (5.11)$$

(5.11)式右边第三、四项前的负号用于卯圈方向,正号用于酉圈方向; \overline{M} 和 \overline{M}' 为转轴前后四只读数显微镜各75次采样读数取平均所得的度盘读数,已作过时刻差和对径改正的修正;两式中的 ΔT_c 和 $\Delta z_{c(ew)}$ 为星径曲率改正,将在5.2.6节中推导,其他各字母的意义与(5.6)及(5.7)式中的相同; $\Delta T'_e$ 和 $\Delta z'_e$ 为除方位差以外的各项仪器误差修正值,其表达式为:

$$\begin{aligned}
\Delta T'_e = & \frac{1}{15}(b_x + A_y) \operatorname{csc} \varphi_0 \operatorname{ctg}(z_{ew} + \Delta z_j) \\
& + \frac{1}{15}(A_x + B_x) \operatorname{csc} \varphi_0 + \frac{1}{15}C_x \operatorname{csc} \varphi_0 \operatorname{csc}(z_{ew} + \Delta z_j) \quad (5.12)
\end{aligned}$$

$$\Delta z_e = b_y + C_y \quad (5.13)$$

在(5.12)和(5.13)式中,各字母的意义与(5.8)及(5.9)式中的相同,且都以角秒为单位。对卯圈方向观测,水平轴北端偏低时, b_x 和 A_y 取为正,水平轴北端偏西,镜筒指向偏北时, A_x 、 B_x 和 C_x 都取为正;在酉圈方向观测中,水平轴南端偏低时, b_x 和 A_y 为正,水平轴南端偏东、镜筒指向偏南时, A_x 、 B_x 和 C_x 都为正;水平差 b_y 和 C_y 使镜筒指向偏低时取为正。

偏离于芯片相对中心的天体,即 $\frac{1}{2}(x'_j - x_j)$ 和 $\frac{1}{2}(y'_j - y_j)$ 不全为零的天体,其赤纬不等于芯片相对中心所对应的赤纬,过卯酉圈时的天顶距与芯片相对中心处的天体过卯酉圈时的天顶距 z_{ew} 之间的差值为 Δz_j ,在(5.10)~(5.12)式中,都必须考虑其影响。 x 方向和 y 方向的偏离对赤纬的影响为:

$$\Delta \delta_j = \pm \frac{1}{2}(x'_j - x_j)R_x \sin q_0 - \frac{1}{2}(y'_j - y_j)R_y \cos q_0$$

$$\begin{aligned}
& \mp \frac{1}{4} (x'_j - x_j) (y'_j - y_j) R_x R_y \operatorname{tg} q_0 \cos 2q_0 \operatorname{tg} \delta_0 \\
& + \left[\frac{1}{2} (x'_j - x_j) R_x \right]^2 \sin^2 q_0 \operatorname{tg} \delta_0 \\
& - \left[\frac{1}{2} (y'_j - y_j) R_y \right]^2 \sin^2 q_0 \operatorname{tg} \delta_0
\end{aligned} \tag{5.14}$$

式中右边第一项和第三项上边的符号用于卯圈方向观测,下边的符号用于酉圈方向; δ_0 为芯片相对中心处所对应的赤纬, q_0 为赤纬 δ_0 的天体通过卯酉圈时的星位角。(5.10) ~ (5.12) 式计算中所需要的第 j 颗天体通过卯酉圈时的天顶距近似值为:

$$z_{ew} + \Delta z_j = \arccos[\sin(\delta_0 + \Delta \delta_j) \csc \varphi_0] \tag{5.15}$$

这种观测可以同时获得 CCD 图像上所对应的小天区中亮于极限星等的所有天体通过仪器卯酉方向的星过记录时刻和天顶距测定值,再与它们在子午方向观测得到的星过时刻和天顶距测定值组合,即可绝对测定仪器的方位差和瞬时纬度,并且可用于测定在观测时的气温、气压条件下的瞬时大气折射值。

5.2.3 镜筒弯曲的测定

镜筒弯曲,主要是指望远镜的光轴指向受重力作用引起的变化,包括望远镜自天顶方向旋转至某一天顶距时,光轴旋转角与度盘旋转角不一致的垂直弯曲,以及光轴相对于望远镜垂直旋转面偏离量变化的旁弯曲,其中,偏离的不变部分相当于准直差;另外,环境温度变化引起的仪器缓慢变形,也能导致垂直弯曲和旁弯曲。低纬子午环的镜筒弯曲是多种因素引起的,包括镜筒的重力变形和热变形引起的主、副镜连同镜室一起位移和旋转,望远镜在不同天顶距放置时及仪器向不同方向转置(包括转轴过程)时,重力方向相对于镜面的不同指向以及惯性作用引起主镜和副镜相对于镜室的位移和旋转,这些都会导致望远镜光轴指向的变化。反射望远镜的弯曲效应对光轴的影响比折射望远镜大得多,以致低纬子

午环更需要准确地测定镜筒弯曲。

由于受条件的制约,在传统子午环上,只能在把望远镜放置于水平方向时,用水平准直管来测定水平弯曲系数 b ,并且以极其简单的模型 $\Delta z = b \sin z$ 来计算在不同天顶距指向时的弯曲量,用之于对天顶距测定值作修正。实际上,该方法是在镜片相对于镜室以及镜室相对于镜筒都没有位移和旋转的假设下,只考虑了镜筒的弹性重力弯曲效应,既没有顾及镜筒的塑性弯曲效应,也没有考虑仪器的缓慢变形,这种假设仅是一种很理想的情况。考虑到镜筒重力变形和热变形的复杂性,在不同环境温度下,用具有不同热膨胀系数的两种材料制成的镜片和镜室之间的连接状况以及镜片和镜室的重力变形和热变形,低纬子午环采用实时测定镜筒弯曲效应的方法,在每颗星或每一小天区观测时,转轴前后都进行测量,并在处理过程中把不变部分消去,获得的是转轴前后望远镜光轴的实际指向相对于理想指向在两个方向的偏离量的变化。

低纬子午环采用 CCD 测微器来测定镜筒弯曲的方法,与用多狭缝光子计数测微器的方法类似,也是将人造星的星光通过望远镜系统和自准直平面镜反射后,在 CCD 芯片上形成自准直人造星像。不同的是芯片不必作扫描,而且可以采用多颗人造星,即在测微器芯片架上,将一块刻有若干透明小圆孔的分划板放置于 CCD 芯片旁边,当分划板被照明时,就形成若干颗人造星。把芯片移至某一给定的位置,使它们的自准直像都显现于芯片上,在转轴前的对天体露光观测之前和转轴后的正式观测天体之后,开启分划板后面的照明光源,根据人造星像的亮度和自准直反射镜的反射面积,进行约 2 秒钟的露光,获得两幅 CCD 图像;取相对应的自准直像在两幅 CCD 图像上量度坐标之差,即可求得所需测定的在两个方向的镜筒弯曲效应,以及它们对星过时刻和天顶距测定值的影响。

图 5.6 中给出了从镜筒方向往下看的转轴前后分划板和 CCD 芯片的位置分布以及 CCD 图像上自准直像的分布情况,转轴后的

分布相对于转轴前旋转了 180° 。如果不存在镜筒弯曲效应,芯片位置不变,则转轴前后每颗人造星对应的自准直像的量度坐标相等。以望远镜指向天顶以南为例(其它指向也可同样理解),如果转轴前因镜筒两端向下弯沉所引起的主镜和副镜的旋转,加上它们相对于镜室的位移和旋转效应,使得主镜的法线向上偏转了一个角度 θ_1 ,副镜的法线向上偏转了 θ_2 ,物镜端弯沉使得测微器向下移动的线距为 y_1 ,副镜端弯沉使副镜位移量为 y_2 ,则被测天体像在芯片上沿 y 值减小的方向位移了, $\Delta Z = F(2\theta_1 + 2s\theta_2 - \frac{y_1}{\sin l''} - \frac{2sy_2}{R\sin l''})$,而在图 5.6 中,自准直像沿 y 值减小的方向位移了 $2\Delta Z$,是对天体像位置影响的两倍,其中的 s 为副镜面到焦平面的距离, R 为副镜的曲率半径;转轴后的弯沉和旋转引起的天体像和自准直像的位移量也有同样的比例关系。旁弯曲效应引起的天体像和自准直像在 x 和 x' 方向位移的比例与在 y 和 y' 方向一致。

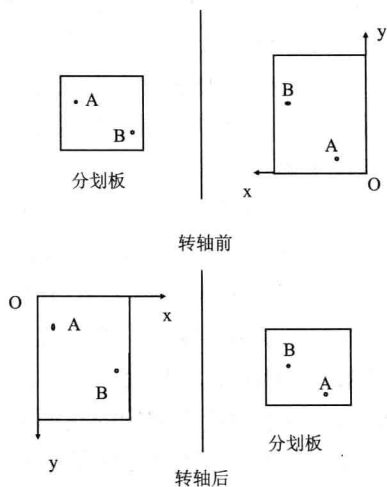


图 5.6 分划板和 CCD 图像

设测定镜筒弯曲时,用位置传感器取得的芯片位置为 p 和 p' ,第 K 颗人造星的自准直像在转轴前后的量度坐标分别为 (x_k, y_k) 和 (x'_k, y'_k) ,则在(5.8),(5.9),(5.12)和(5.13)式中的镜筒弯曲修正项的系数分别为:

$$\begin{aligned} C_x &= \frac{1}{2}(p - p') + \frac{1}{4}(x_k - x'_k)R_x \\ C_y &= \frac{1}{4}(y_k - y'_k)R_y \end{aligned} \quad (5.16)$$

这种测定的精度相当高,因为是自准直测量,不受各种仪器误差的影响,真空镜筒也使得自准直像很稳定,仅因自准直平面镜的反射面较小,自准直像会产生畸变,不过,这种畸变在转轴前后相同,它所引起的星像中心位移可在转轴前后量度坐标相减的过程中被消去,不会产生系统误差。如果自准直像的畸变影响了量度坐标的测定精度,使得其测量精度仅达 $0.03''$,则采用一颗人造星时, C_y 以及 $\frac{1}{4}(x_k - x'_k)R_x$ 测定精度为 $0.011''$;若在分划板上有 9 颗呈正方形均匀分布的人造星,则相应的测定精度为 3.7 毫角秒。 C_x 的精度还受 p 和 p' 的读数精度的影响。如果仅为研究镜筒弯曲的变化规律,芯片不动,在不同天顶距作转轴测量,则不受 p 和 p' 的读数误差的影响。

用这种测量方法得到的修正值中包含了望远镜在垂直面内旋转时以及仪器转置时,主镜和副镜相对于镜室的位移和旋转,特别是转轴过程中,镜片的位移和旋转,这样,就降低了对镜片装配和固定的工艺要求,这里仅要求在转轴前后一次观测过程中,自准直平面镜的法线指向的变化可以忽略。

5.2.4 观测近极星来测定方位差和瞬时纬度

子午方向与卯酉方向交叉观测绝对测定仪器的方位差和瞬时纬度,不管是单星观测还是星对观测,每个晴夜只能各取得几个测

定值。对于建立大气折射模型和编制实测的大气折射表,经过 3~4 年观测资料的积累和分析,是可以做到的,因为要取得卯酉方向观测星的高精度的赤纬,并用于计算它们通过仪器卯酉方向的真天顶距,也需要几年观测数据的平差,以压缩大气反常折射的影响;每夜有几个测定值,通过一段时期的平滑要获得精度达 $\pm 0.02''$ 左右的瞬时纬度变化曲线,也是可以实现,因为纬度值的变化比较缓慢,在不考虑 $0.01''$ 量级的纬度周日变化的情况下,一个观测夜内的纬度值可以看成是不变的;但是仪器的方位差是瞬变的,仅依靠几个测定值,难以获得与瞬时纬度变化曲线同等精度的方位差变化曲线。为此,应当设法再补充一些测定值,以便提高方位变化曲线的精度,同时也提高瞬时纬度变化曲线的精度,特别是每夜方位差变化曲线两端部分的精度。从 5.1.4 节的叙述看出:两个方向交叉观测的方法,至少需要 4 个小时的观测时间,才能取得方位差和瞬时纬度测定值,这对于因天气变化,只有短时间,例如不足 4 小时的观测处理很不方便,又为了保持绝对测定的特性,虽然瞬时纬度值可以通过其前后一段时期内的绝对测定值内插得到,但是方位差却难以获得。为了增加测定值,并使得一夜中只有较短可观测时间的数据也能被采用,在 CCD 测微器可观测到的极限星等很暗的条件下,可以通过对近极星的观测来实现,把近极星作为天然的方位标,用于同时测定仪器的方位差和瞬时纬度。

所谓近极星是指夜间任何时刻都能被用来作子午观测的距离天极很近的恒星。对于 $18' \times 18'$ 的 CCD 视场,所有赤纬大于 $89^\circ 51'$ 的亮于极限星等的恒星都可以作为近极星同时被观测。观测时,先把芯片的几何中心近似地对准望远镜的视场中央,望远镜指向天极,不跟踪,露光 30 秒钟,转轴后不移动芯片,再露光 30 秒钟。图 5.7 给出了从镜筒方向向下看的转轴前后 CCD 图像的量度坐标系与近极天区投影的相对位置。

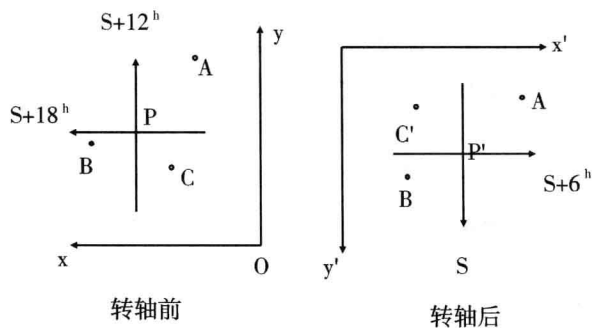


图 5.7 近极星观测的量度坐标系和 CCD 图像

图中的 p 和 p' 为真天极的投影,通过这两点的与量度坐标系的坐标轴平行的直线,为彼此相差 12^h 和 6^h 的赤经圈的投影,以 p 和 p' 点为起点,沿着箭头指向所对应的赤经圈标值中, s 为露光平均时刻的地方恒星时, C 和 C' 为芯片相对中心,它们的量度坐标相等。设在视场中第 i 颗近极星在转轴前后露光获得的量度坐标分别为 (x_i, y_i) 和 (x'_i, y'_i) ,已作过与 CCD 芯片有关的误差修正和各种较差修正,并且都作了转轴前后各自露光平均时刻到 s 时刻的旋转修正;天极投影位置的未知量度坐标为 (x_p, y_p) 和 (x'_p, y'_p) ,该星采用岁差常数、章动常数和自行初值从年首平位置 α_{0i} , δ_{0i} 归算到观测时刻的真位置为 (α_i, δ_i) ,取它的极距 $R_i = 90^\circ - \delta_i$,则有:

$$R_i \sin(\alpha_i - s) = (x_p - x_i) R_x = (x'_p - x'_i) R_x$$

$$R_i \cos(\alpha_i - s) = (y_p - y_i) R_y = (y'_p - y'_i) R_y$$

即:

$$R_i \sin(\alpha_i - s) = \frac{1}{2} (x'_i - x_i) R_x + \frac{1}{2} (x_p - x'_p) R_x$$

$$R_i \cos(\alpha_i - s) = \frac{1}{2}(y'_i - y_i)R_y + \frac{1}{2}(y_p - y'_p)R_y \quad (5.17)$$

(5.17)式右边第二项实质上是天极投影点 p 与芯片中心 C 之间的距离分别在 x 轴和 y 轴方向的投影,可以分别取为 $\Delta x R_x$ 和 $\Delta y R_y$,前者含有仪器方位差 a 的成分和仪器其他误差的影响 Δx_e ,以及在转轴前后共一分钟露光时间内,大气反常折射引起的被观测天区内所有天体连同天极的投影在东西方向随机偏离的平均值 v_x ,后者包括纬度采用值 φ_0 与瞬时纬度 φ 之差 $\Delta\varphi$ 、望远镜天顶距指向的放置偏差和仪器误差影响 Δy_e ,以及反常折射引起的在上下方向随机偏移的平均值 v_y ,即:

$$\begin{aligned} \Delta x R_x &= -15a \cos \varphi_0 + \Delta x_e + v_x \\ \Delta y R_y &= -\Delta\varphi + \Delta y_e + v_y \end{aligned} \quad (5.18)$$

由(5.8)和(5.9)式可以导出:

$$\begin{aligned} \Delta x_e &= (b_x + A_y) \sin \varphi_0 - (A_x + B_x) \cos \varphi_0 + C_x \\ \Delta y_e &= 90^\circ - \varphi_0 + \frac{1}{2}(M - M') - \rho + b_y + C_y \end{aligned} \quad (5.19)$$

式中字母的意义与(5.8)和(5.9)式中的相同,其中的 $\frac{1}{2}(M - M')$ 应为负值。如果该近极星的年首平位置 α_{0i} 和 δ_{0i} 分别有误差 $\Delta\alpha_i$ 和 $\Delta\delta_i$,并忽略岁差常数和章动常数误差影响,在剔除个别年自行较大的近极星的条件下,观测时刻的位置 (α_i, δ_i) 也有同样的误差,为了与(5.17)式配合,取未知误差为 $R_i \Delta\alpha_i$ 和 $\Delta R_i = -\Delta\delta_i$,则由(5.17)和(5.18)式可以得到:

$$\begin{aligned} &\Delta R_i \sin(\alpha_i - s) + R_i \Delta\alpha_i \cos(\alpha_i - s) \\ &= \frac{1}{2}(x'_i - x_i)R_x - 15a \cos \varphi_0 + \Delta x_e + v_x - R_i \sin(\alpha_i - s) \\ &\Delta R_i \cos(\alpha_i - s) - R_i \Delta\alpha_i \sin(\alpha_i - s) \\ &= \frac{1}{2}(y'_i - y_i)R_y - \Delta\varphi + \Delta y_e + v_y - R_i \cos(\alpha_i - s) \end{aligned} \quad (5.20)$$

为了测定方位差和瞬时纬度,每夜对近极星进行多次观测,例如每 1~2 小时观测一次,一年中将有约千次观测。在第一年内,先用卯酉方向和子午方向交叉观测得到的方位差和瞬时纬度变化曲线在 S 时刻的取值 a 和 $\Delta\varphi$ 代入(5.20)式,考虑到这些取值的误差在一年中可看成是随机分布的;再将仪器误差和参量的实时测定值通过(5.19)式计算出的 Δx_e 和 Δy_e 代入(5.20)式,同样地认为这种修正值的残差影响,在一年内也是随机分布的; v_x 和 v_y 仅对每次观测是未知的定值,对多次观测而言,却是随机的,约为 $\pm 0.1''$ 的量级,这样,在一年左右时间内,对每颗近极星的观测数据进行综合处理后,可求出精度优于 $\pm 0.01''$ 的 ΔR_i 和 $R_i\Delta\alpha_i$ 。将这样得到的几十颗近极星的 ΔR_i 和 $R_i\alpha_i$ 代入以后观测所列出的(5.20)式,以及这前一年内所有观测的(5.20)式,即可以得到每次观测时的方位差 a 和对纬度采用值的改正值 $\Delta\varphi$,从而每个观测夜都能增加 a 和 φ 的几个测定值,其精度约 $\pm 0.1''$,这种测定是绝对测定。至于这些近极星的近似自行值误差的影响,在一个天区内恒星自行被看成是随机分布的条件下,是可以忽略的。另外,从一年内几十颗近极星之间量度坐标的相对变化,在它们的自行近似值误差之和为零的假设下,可以求解出对各自的自行值的近似改正。这种方法随着时间的推移,观测资料的积累,可以提高 ΔR_i 和 $R_i\Delta\alpha_i$ 的精度,但这对提高测定值 a 和 φ 的精度影响不大,因为它们的主要误差来源是天极区的大气反常折射。

传统子午环采用 CCD 测微器后,也可以将望远镜指向天极区观测近极星,由于它不作转轴观测,每次观测的量度坐标系取为与低纬子午环转轴后观测的量度坐标系相同,并将每颗近极星的量度坐标 (x, y) 减去芯片几何中心的坐标 (x_0, y_0) ,即芯片每边象元数之半,则类似于(5.20)式有:

$$\begin{aligned} & \Delta R_i \sin(\alpha_i - s) + R_i \Delta \alpha_i \cos(\alpha_i - s) \\ & = (x_i - x_0) R_x - 15 a \cos \varphi_0 + \Delta x'_e - R_i \sin(\alpha_i - s) + v_x \end{aligned}$$

$$\Delta R_i \cos(\alpha_i - s) - R_i \Delta \alpha_i \sin(\alpha_i - s) \\ = (y_i - y_0) R_y + \Delta y'_e - \Delta \varphi + v_y - R_i \cos(\alpha_i - s) \quad (5.21)$$

其中: $\Delta x'_e$ 和 $\Delta y'_e$ 与 (5.19) 式类似, 只是有些仪器的某些误差无法测定, 某些仅能通过内插取值。由于采用 CCD 测微器后, 传统子午环尚无法对拱极星作上、下中天观测, 以致无法绝对测定方位差 a 和瞬时纬度采用值的改正值 $\Delta \varphi$ 。为测定 ΔR_i 和 $R_i \Delta \alpha_i$, 可以采用同一夜相隔几小时的在 s_1 和 s_2 时刻的两次观测所得到的量度坐标 (x_{i1}, y_{i1}) 和 (x_{i2}, y_{i2}) , 取两次观测所得到的 (5.21) 式之差, 并且把在几小时内的 $\delta(\Delta \varphi) = \Delta \varphi_1 - \Delta \varphi_2$, 以及用 CCD 测微器观测方位标测定的相对方位差变化作了修正后的 $\delta(a) = a_1 - a_2$ 都能看成是随机的误差, 分别并入 v_x 和 v_y 中, 则有:

$$2\Delta R_i \sin\left(\frac{1}{2}s_2 - \frac{1}{2}s_1\right) \sin(\alpha_i - \frac{1}{2}s_1 - \frac{1}{2}s_2) \\ - 2R_i \Delta \alpha_i \sin\left(\frac{1}{2}s_2 - \frac{1}{2}s_1\right) \cos(\alpha_i - \frac{1}{2}s_1 - \frac{1}{2}s_2) \\ = (x_{i1} - x_{i2}) R_x - (\Delta x'_{e1} - \Delta x'_{e2} \\ - 2\Delta R_i \sin\left(\frac{1}{2}s_2 - \frac{1}{2}s_1\right) \cos(\alpha_i - \frac{1}{2}s_1 - \frac{1}{2}s_2) + v' \\ (5.22)$$

$$2\Delta R_i \sin\left(\frac{1}{2}s_2 - \frac{1}{2}s_1\right) \sin(\alpha_i - \frac{1}{2}s_1 - \frac{1}{2}s_2) \\ + 2R_i \Delta \alpha_i \sin\left(\frac{1}{2}s_2 - \frac{1}{2}s_1\right) \cos(\alpha_i - \frac{1}{2}s_1 - \frac{1}{2}s_2) \\ = -(y_{i1} - y_{i2}) R_y - (\Delta y'_{e1} - \Delta y'_{e2}) \\ - 2R_i \sin\left(\frac{1}{2}s_2 - \frac{1}{2}s_1\right) \sin(\alpha_i - \frac{1}{2}s_1 - \frac{1}{2}s_2) + v'_y$$

通过一年多时间内的上千次观测数据的积累, 同样可以求出高精度的 ΔR_i 和 $R_i \Delta \alpha_i$, 代入以后及以前每次观测近极星所建立的 (5.21) 式, 计算出方位差 a 和纬度改正值 $\Delta \varphi$ 的绝对测定值, 并取多颗星测定值的平均, 从而实现传统子午环采用 CCD 测微器后对

天体位置的绝对测定。

对近极星的观测,不必对观测时刻进行严格安排,可以在不影响其他必要观测的前提下,任意插入。

5.2.5 CCD 视场大小和芯片的预置位置

低纬子午环的无畸变视场为 $\pm 15'$,最大可使用 $\pm 17'$ 。这一视场限制了 CCD 芯片的面积,加上转轴前后的跟踪露光时间和转轴时间,共需要 90 秒钟,在这段时间内,在子午方向被观测的天区将沿着垂直于子午圈的方向,即望远镜视场的左右方向移动 $22.5' \times \cos\delta$,当 CCD 芯片的面积太大时,转轴前后被观测的天区将不能完全重叠,但必须有足够大的重叠区,以便于观测数据的处理,发挥转轴观测的优点。芯片面积也不应太小,以便有足够大的视场,使得一次观测能同时绝对测定尽可能多的天体位置,特别是便于某些特殊天体相对于河外天体作高精度的相对测量,也有更多的机会使一次观测所及的天区内具有多颗河外天体,以便提高被测恒星的绝对自行和绝对视差的测定精度。

权衡利弊,在低纬子午环的具体条件下,以选用 1024×1024 象元,象元面积为 $25\mu\text{m} \times 25\mu\text{m}$ 的芯片,或者 800×800 象元, $30\mu\text{m} \times 30\mu\text{m}$ 的芯片为宜,前者的 CCD 视场为 $18.28' \times 18.28'$,后者为 $17.14' \times 17.14'$,现以前者为例,计算出在不同赤纬带每次观测时,转轴前的芯片预置位置以及重叠区和非重叠区的大小。

为了使方形的 CCD 图像上各处的露光时间相同,转轴前开始露光时,CCD 芯片的边角处距离望远镜视场中央的角距应当不超过 $17'$,以 $17'$ 来估算,这时芯片的一个侧边(与跟踪位移方向相反的侧边)距离望远镜视场中央的角距应为 $14.33'$,另一侧边则在视场中央的另一边 $3.95'$ 处,即在转轴前所观测的天区中,一部分天体在开始露光时已经中天,相应地,芯片的几何中心距视场中央为 $5.19'$ 。对于赤道星,在 30 秒露光结束时芯片移动 $7.5'$,所以露光结束时芯片

几何中心已位移到视场中央的另一方边 $2.31'$ 处,芯片的位移方向的前侧边距离视场中央为 $11.45'$,整个芯片都没有越出视场的范围。转轴后芯片在反方向位移,露光结束时芯片的一边距视场中央为 $14.33'$ 。图 5.8 给出了从镜筒方向往下看,在 $\pm 17'$ 的圆形视场中,转轴前后开始和结束露光时的芯片位置,C 和 C' 分别为转轴前后望远镜视场中央位置,箭头指向为芯片移动方向。

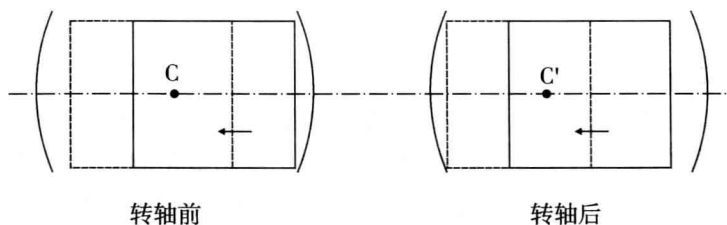


图 5.8 转轴前后露光开始时(实线)和露光结束时(虚线)的芯片位置

利用 CCD 视场宽度、45 秒钟内天区位移的角距离,可以计算转轴前后各观测的非重叠区和重叠区的宽度 Δ' 和 Δ :

$$\Delta' = 22.50' \cos \delta - 10.36$$

$$\Delta = 18.28' - \Delta' = 28.64 - 22.50' \cos \delta \quad (5.23)$$

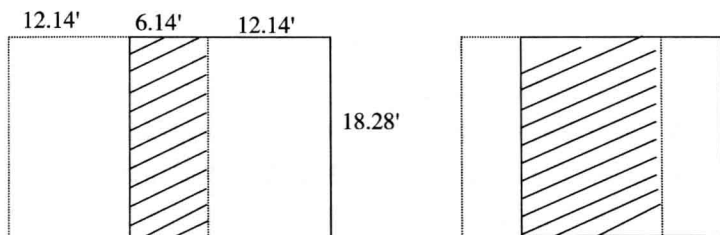


图 5.9 转轴前(实线)后(虚线)观测的天区,阴影部分为重叠区

对于赤道星($\delta = 0$),转轴前后各有 $12.14' \times 18.28'$ 的非重叠

区,这一天区内天体的量度坐标仅有 (x, y) 或仅有 (x', y') ,在 $6.14' \times 18.28'$ 的重叠区内的天体,转轴前后都能取得量度坐标。随着被观测天区的赤纬绝对值的增大,在 90 秒钟内,天体周日运行的角距离减小,非重叠区的宽度趋窄,重叠区增宽。当赤纬达到 62.6° 时, $\Delta' = 0$,非重叠区的消失。图 5.9 给了在天赤道区转轴前后所观测到的天区。当天区的赤纬小于 62.6° 时,转轴前芯片预置位置如前所述,芯片几何中心距离望远镜视场中央的角距为 $5.19'$,当赤纬大于 62.5° 时,预置位置的这一角距为:

$$\Delta'' = 675'' \cos \delta \quad (5.24)$$

对重叠区内的天体,计算中天记录时刻和天顶距测定值时,仍采用(5.6)和(5.7)式,对于非重叠区内的天体,则分别利用 $(x_0 - x)$, $(y_0 - y)$ 和 $(x' - x_0)$ 、 $(y' - y_0)$ 代替(5.6)式中的 $\frac{1}{2}(x' - x)$ 和(5.7)式中的 $\frac{1}{2}(y' - y)$,同样能计算出它们的中天记录时刻和天顶距测定值, (x_0, y_0) 为芯片相对中心的量度坐标,用重叠区内所有天体的 $\frac{1}{2}(x_j + x'_j)$ 和 $\frac{1}{2}(y_j + y'_j)$ 各自取平均值得到。

卯西方向观测时,在 45 秒钟内,天体在视场中水平方向的移动量为 $11.25' \sin \varphi \sin z_{ew}$,在 $\varphi = 25^\circ$ 的地方,对于任何天顶距的观测,这一移动量都小于 $5.19'$,不会出现非重叠区,以致对于不同天顶距的观测,转轴前芯片预置位置都不相同,芯片几何中心与望远镜视场中央的角距离为 $675'' \sin \varphi \sin z_{ew}$ 。

5.2.6 星径曲率改正

天体是沿着周日平行圈运行的,在望远镜视场的焦平面上,周日平行圈(除赤道圈外)的投影是一条曲线,而在焦平面上测量天体像通过某点的时刻和高度时,是一种平面直角坐标的测量,该点的位置是它到通过视场中央的垂直中线的垂直距离,以及在平行

于垂直中线的一条线上的高度;当周日平行圈的投影曲线在左右方向对称于垂直中线分布,测量点也对称分布时(在除 CCD 以外的各种测微器情况下,测量点都是对称分布的),星像过各点时刻的平均值等于它过垂直中线的时刻,但高度的平均值不等于过垂直中线时的高度,需要作星径曲率改正;当周日平行圈的投影曲线不对称于垂直中线分布时,星像过各点的时刻平均值和高度平均值都需要作星径曲率改正,才能得到它过垂直中线的时刻和高度。子午方向观测时,在仪器误差引起的垂直中线偏离于子午圈投影线的偏量对曲率改正的影响可忽略的情况下,周日平行圈的投影曲线仍可以看成对称于垂直中线分布,测量点分布不对称,即天体像在左右方向偏离于芯片相对中心,它对中天时刻的影响,已在(5.6)式中考虑,从而只需对天顶距测定值作星径曲率改正,对星过时刻不必作相应的改正;卯酉方向观测时,周日平行圈的投影曲线不对称于垂直中线分布,以致对天顶距测定值和星过时刻都要作星径曲率改正。传统子午环不作转轴观测,一系列测量点距离垂直中线都比较近,相应地星径曲率改正值比较小,而低纬子午环是采用了转轴观测方法,这种改正值往往比较大。CCD 测微器观测的是一个小天区,除了通过芯片相对中心与 y 轴平行的一条直线上的天体像以外,所有的 $x' - x \neq 0$ 的天体像都是在不对称于垂直中线分布的测量点进行测量的,这使得星径曲率改正的表达式更为复杂,对某些天体相应的改正值也更大。下面就 CCD 测微器所取得的子午方向天顶距测定值、卯酉方向的星过记录时刻和天顶距测定值的星径曲率改正表达式分别进行推导。

1. 子午方向天顶距测定值的星径曲率改正

如图 5.10 所示,一颗赤纬 $\delta = 90^\circ - P\sigma$ 的星,在距子午圈的角距为 d (以角秒为单位)的测量点 σ' 处测定的天顶距为 $Z\sigma''$, (若仪器误差对曲率改正的影响可以忽略),而该星过子午圈时刻的天顶距应为 $Z\sigma$,需要对这一天顶距测定值加上星径曲率改正 $\Delta Z_c = Z\sigma$

- $Z\sigma''$, 即 $P\sigma - P\sigma''$ 。由直角球面三角形 $P\sigma'\sigma''$ 可得:

$$\cos P\sigma' = \cos \sigma'\sigma'' \cos P\sigma''$$

即:

$$\sin \delta = \left[1 - \frac{1}{2} d^2 \right] \cos(90^\circ - \delta - \Delta Z_e) \quad (5.25)$$

在忽略 $(\Delta Z_e)^2$ 项、 $d^2 \Delta Z_e$ 项及 d^3 项的条件下, (5.25) 式变为:

$$\Delta Z_e = \frac{1}{2} d^2 \operatorname{tg} \delta \sin 1'' \quad (5.26)$$

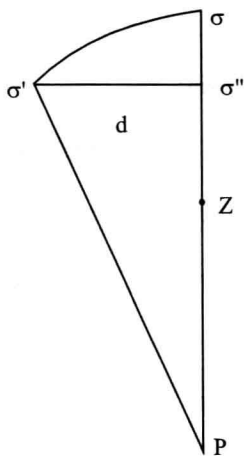


图 5.10 子午方向星径曲率改正示意图

设每次观测时, 转轴时间为 ΔT , 转轴前后露光时间都是 Δt , 以时秒为单位, 现把 Δt 分为 n 个等间距的时段 $\frac{\Delta t}{n}$, 为了转轴前后的对称, 每个时段 $\frac{\Delta t}{n}$ 的序号, 转轴前从露光结束时刻向前计数, 转轴后从露光开始时刻向后计算, $i = 1, 2, \dots, n$, 在第 i 个时间段内的露光平均时刻, 芯片相对中心距离望远镜视场的垂直中线的角距为 $15'' \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{n} \left(i - \frac{1}{2} \right) \right] \cos \delta_0$, δ_0 为芯片相对中心 $(y' - y)$

$= 0$ 处对应的赤纬,这一时刻在左右方向偏离于芯片相对中心的角距为 $\frac{1}{2}(x' - x)R_x$ 的天体,转轴前后与垂直中线之间的角距 d_i 和 d'_i 分别为:

$$\begin{aligned} d_i &= 15'' \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{n} \left(i - \frac{1}{2} \right) \right] \cos \delta + \frac{1}{2} (x' - x) R_x \\ d'_i &= 15'' \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{n} \left(i - \frac{1}{2} \right) \right] \cos \delta - \frac{1}{2} (x' - x) R_x \end{aligned} \quad (5.27)$$

δ 为该天体的赤纬。由 (5.26) 式,在这两个时间段内露光成像所测定的天顶距平均值应加的星径曲率改正为:

$$\begin{aligned} \Delta Z_{ci} &= \frac{1}{4} (d^2 + d'^2) \operatorname{tg} \delta \sin 1'' \\ &= \frac{225}{8} \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{n} \left(i - \frac{1}{2} \right) \right]^2 \sin 2\delta \sin 1'' \\ &\quad + \frac{1}{16} (x' - x)^2 R_x^2 \operatorname{tg} \delta \sin 1'' \end{aligned}$$

在 $i = 1, 2, \dots, n$ 范围内,对 $\left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{n} \left(i - \frac{1}{2} \right) \right]^2$ 取平均,并且令 $n \rightarrow \infty$,则有:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{n} \left(i - \frac{1}{2} \right) \right]^2 = \frac{1}{4} \Delta T^2 + \frac{1}{2} \Delta T \Delta t + \frac{1}{3} \Delta t^2$$

一颗 $(y' - y) \neq 0$ 的天体的赤纬 $\delta = \delta_0 - \frac{1}{2} (y' - y) R_y$, 相对于芯片相对中心所对应的赤纬作了量度坐标的修正后,就不必再对 CCD 图像作跟踪的赤经圈旋转修正,并且取:

$$\begin{aligned} \sin 2\delta &= \sin 2\delta_0 - \cos 2\delta_0 (y' - y) R_y \sin 1'' \\ \operatorname{tg} \delta &= \operatorname{tg} \delta_0 - \frac{1}{2} \sec^2 \delta_0 (y' - y) R_y \sin 1'' \end{aligned} \quad (5.28)$$

则在转轴前后观测的重叠区内,第 j 颗天体的天顶距测定值应加的星径曲率改正为:

$$\Delta Z_{cj} = \frac{225}{8} \left(\frac{1}{4} \Delta T^2 + \frac{1}{2} \Delta T \Delta t + \frac{1}{3} \Delta t^2 \right) \sin 2\delta_0 \sin 1''$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{16}(x' - x)^2 R_x^2 \operatorname{tg} \delta_0 \sin 1'' \\
& - \frac{225}{8} \left(\frac{1}{4} \Delta T^2 + \frac{1}{2} \Delta T \Delta t + \frac{1}{3} \Delta t^2 \right) (y' - y) R_y \cos 2\delta_0 \sin^2 1'' \\
& - \frac{1}{32} (x' - x)^2 R_x^2 (y' - y) R_y \sec^2 \delta_0 \sin^2 1'' \quad (5.29)
\end{aligned}$$

当 $\Delta T = 30$ 秒, $\Delta t = 30$ 秒时, 则有:

$$\begin{aligned}
\Delta Z_{ij} = & 0.133'' \sin 2\delta_0 + 3.0' \times 10^{-7} (x' - x)^2 R_x^2 \operatorname{tg} \delta_0 \\
& - 6.5'' \times 10^{-7} (y' - y) R_y \cos 2\delta_0 \\
& - 7.3'' \times 10^{-13} (x' - x)^2 R_x^2 ((y' - y) R_y \sec^2 \delta_0) \quad (5.30)
\end{aligned}$$

(5.30)式右边各项中的 $(x' - x) R_x$ 和 $(y' - y) R_y$ 都为角秒数, 因子 $\sin 1''$ 已包含在它们的系数中, 这样表示仅为了直观地看出各项的量级, 也便于计算。

非重叠区内的天体在第 i 个时段内露光平均时刻测量点与视场垂直中线之间的角距离为:

$$\begin{aligned}
d_i &= 15'' \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{n} \left(i - \frac{1}{2} \right) \right] \cos \delta - (x - x_0) R_x \\
d'_i &= 15'' \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{n} \left(i - \frac{1}{2} \right) \right] \cos \delta - (x' - x_0) R_x
\end{aligned}$$

同样, 在 $i = 1, 2, \dots, n$ 范围内, 分别取 d_i^2 和 $d_i'^2$ 的平均值, 并且令, $n \rightarrow \infty$, 得

$$\begin{aligned}
d^2 &= 225 \left(\frac{1}{4} \Delta T^2 + \frac{1}{2} \Delta T \Delta t + \frac{1}{3} \Delta t^2 \right) \cos^2 \delta - \\
& - 30 \left(\frac{1}{2} \Delta T + \frac{1}{2} \Delta t \right) (x - x_0) R_x \cos \delta + (x - x_0)^2 R_x^2 \\
d^2 &= 225 \left(\frac{1}{4} \Delta T^2 + \frac{1}{2} \Delta T \Delta t + \frac{1}{3} \Delta t^2 \right) \cos^2 \delta \\
& - 30 \left(\frac{1}{2} \Delta T + \frac{1}{2} \Delta t \right) (x' - x_0) R_x \cos \delta + (x' - x_0)^2 R_x^2 \quad (5.31)
\end{aligned}$$

把 d^2 和 d'^2 分别代入 (5.26) 式, 并且利用 (5.28) 式, 以 $(y -$

$y_0)R_y$ 和 $-(y' - y_0)R_y$ 分别代替式中的 $[-\frac{1}{2}(y' - y)R_y]$, 则可以得到转轴前非重叠区内第 j 颗天体和转轴后非重叠区第 k 颗天体天顶距测定值应加的星径曲率改正:

$$\begin{aligned}\Delta Z_{cj} = & \frac{225}{4}(\frac{1}{4}\Delta T^2 - \frac{1}{2}\Delta T\Delta t + \frac{1}{3}\Delta t^2)\sin 2\delta_0\sin 1'' \\ & - \frac{15}{2}(\Delta T + \Delta t)(x - x_0)R_x\sin\delta_0\sin 1'' + \frac{1}{2}(x - x_0)^2R_x^2\operatorname{tg}\delta_0\sin 1'' \\ & + 225(\frac{1}{4}\Delta T^2 + \frac{1}{2}\Delta T\Delta t + \frac{1}{3}\Delta t^2)(y - y_0)R_y\cos 2\delta_0\sin^2 1'' \\ & - \frac{15}{2}(\Delta T + \Delta t)(x - x_0)R_x(y - y_0)R_y\sec\delta_0\sin^2 1'' \\ & + \frac{1}{2}(x - x_0)^2R_x^2(y - y_0)R_y\sec^2\delta_0\sin^2 1'' \quad (5.32)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta Z'_{ck} = & \frac{255}{4}(\frac{1}{4}\Delta T^2 - \frac{1}{2}\Delta T\Delta t + \frac{1}{3}\Delta t^2)\sin 2\delta_0\sin 1'' \\ & - \frac{15}{2}(\Delta T + \Delta t)(x' - x_0)R_x\sin\delta_0\sin 1'' \\ & + \frac{1}{2}(x' - x_0)^2R_x^2\operatorname{tg}\delta_0\sin 1'' \\ & - 225(\frac{1}{4}\Delta T^2 + \frac{1}{2}\Delta T\Delta t + \frac{1}{3}\Delta t^2)(y' - y_0)R_y\cos 2\delta_0\sin^2 1'' \\ & + \frac{15}{2}(\Delta T + \Delta t)(x' - x_0)R_x(y' - y_0)R_y\sec\delta_0\sin^2 1'' \\ & - \frac{1}{2}(x' - x_0)^2R_x^2(y' - y_0)R_y\sec^2\delta_0\sin^2 1'' \quad (5.33)\end{aligned}$$

同样,若 $\Delta T = 30$ 秒, $\Delta t = 30$ 秒,则(5.32)和(5.33)式变为:

$$\begin{aligned}\Delta Z_{cj} = & 0.266''\sin 2\delta_0 - 2.182'' \times 10^{-3}(x - x_0)R_x\sin\delta_0 \\ & + 2.424'' \times 10^{-6}(x - x_0)^2R_x^2\operatorname{tg}\delta_0 \\ & + 5.2'' \times 10^{-6}(y - y_0)R_y\cos 2\delta_0 \\ & - 1.1'' \times 10^{-8}(x - x_0)R_x(y - y_0)R_y\sec\delta_0 \\ & + 1.2'' \times 10^{-11}(x - x_0)^2R_x^2(y - y_0)R_y\sec^2\delta_0 \quad (5.34) \\ \Delta Z'_{ck} = & 0.266''\sin 2\delta_0 - 2.182'' \times 10^{-3}(x' - x_0)R_x\sin\delta_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2.424' \times 10^{-6} (x' - x_0)^2 R_x^2 \operatorname{tg} \delta_0 - 5.2' \times 10^{-6} (y' - y_0) R_y \cos 2\delta_0 \\
 &+ 1.1'' \times 10^{-8} (x' - x_0) R_x (y' - y_0) R_y \sec \delta_0 \\
 &- 1.2' \times 10^{-11} (x' - x_0)^2 R_x^2 (y' - y_0) R_y \sec^2 \delta_0 \quad (5.35)
 \end{aligned}$$

在(3.34)和(3.35)两式中,各项的含义与(5.30)式中的相同;在 CCD 视场的边角处 $(x' - x_0)R_x$ 和 $(y' - y_0)R_y$ 达到 $500'' \sim 900''$ 的量级,以致这两式中右边最后几项,在高精度要求下还是有意义的,(5.30)式也是如此。

2. 卯酉方向天顶距测定值的星径曲率改正

在卯酉方向,天体周日平行圈的投影不对称于望远镜视场的垂直中线分布,对于转轴前后观测所取得的天顶距测定值的平均值和星过记录时刻的平均值,都需要作星径曲率的改正;由于卯酉方向观测时,CCD 跟踪的速度比较小,每秒钟仅为 $15'' \sin \varphi \sin Z_{\text{ew}}$,在 $\varphi = 25^\circ$ 、转轴时间 $\Delta T = 30^{\text{s}}$ 、露光时间 $\Delta t = 30^{\text{s}}$ 的情况下,转轴前后观测的露光平均点之间的角距,最大仅为 $380''$,而 CCD 视场的宽度达 $18'$,约大三倍,对于 CCD 视场近边缘的天体,转轴前后观测的露光平均点可能都位于卯酉圈的同一侧,这将使得星径曲率改正值较大,需考虑高次项的影响。

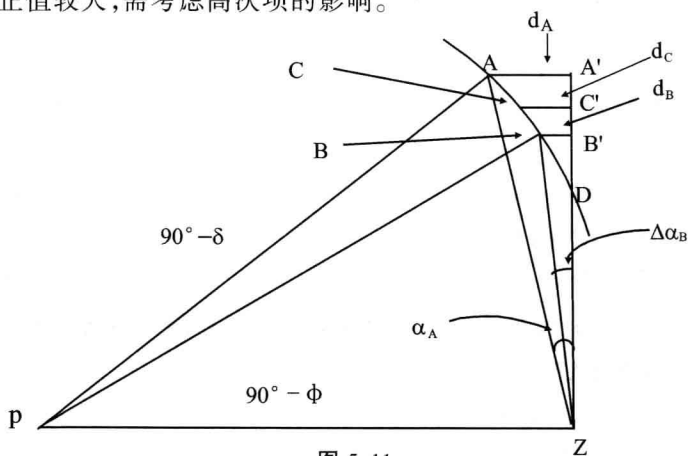


图 5.11

以卯圈方向观测为例。如图 5.11 所示, A 和 B 分别为转轴前后观测的露光平均点, 即天顶距测定值和星过记录时刻的测量点, 它们到卯圈的垂直距离, 即大圆弧 AA' 和 BB' 的弧长分别为 d_A 和 d_B , 它们包含转轴时间 ΔT 和露光时间 Δt 的成分、仪器方位差 a 和仪器两方向不垂直偏差量 $\Delta\theta$ 的影响, 以及星像在左右方向偏离于芯片相对中心的成分 $\frac{1}{2}(x' - x)R_x$, A' 和 B' 为它们的垂足。C 为 A 和 B 在左右方向的对称中心, 是转轴前后观测组合所取得的天顶距测定值和星过记录时刻对应的测量点, 通过它的与卯圈垂直的大圆弧 CC' 的弧长为 d_C , 即:

$$d_c = \frac{1}{2}(d_A + d_B) \quad (5.36)$$

这三个测量点对应的天顶距分别为 Z_A 、 Z_B 和 Z_C , 所谓天顶距测定值的星径曲率改正为:

$$\Delta Z_c = Z_c - \frac{1}{2}(Z_A + Z_B)$$

为了推导的方便, 取 A、B、C 三个点的天顶距与该星通过卯圈 D 点的天顶距 Z_0 之差值 Δz_A 、 Δz_B 和 Δz_C , 来推导星径曲率改正, 即:

$$\Delta Z_c = \Delta z_c - \frac{1}{2}(\Delta z_A + \Delta z_B) \quad (5.37)$$

并且有:

$$\cos Z_0 = \sin \delta / \sin \varphi \quad (5.38)$$

由窄三角形 ZAA', 有:

$$\sin Z_A = \sin d_A / \sin \Delta \alpha_A \quad (5.39)$$

$\Delta \alpha_A$ 为由 d_A 引起的通过 A 点的地平经圈与卯圈之间的夹角。由球面三角形 PAZ 有:

$$\sin \delta = \cos z_A \sin \varphi + \sin z_A \cos \varphi \Delta \alpha_A$$

将(5.39)式代入, 得:

$$\sin \delta = \cos z_A \sin \varphi + \sin d_A \cos \varphi \quad (5.40)$$

由于 d_A 不大于 $750''$, 在误差不大于 $\pm 1^{\text{mas}}$ 要求下, 可以取:

$$\sin d_A = d_A \sin 1''$$

将这一表达式代入(5.40)式, 并且取 $Z_A = Z_0 + \Delta z_A$, 则有:

$$\cos(Z_0 + \Delta z_A) = \cos Z_0 - d_A \sin 1'' / \operatorname{tg} \varphi \quad (5.41)$$

由展开式:

$$\cos(Z_0 + \Delta z_A) = \cos Z_0 - \Delta z_A \sin Z_0 - \frac{1}{2} \Delta z_A^2 \cos Z_0 + \frac{1}{6} \Delta z_A^3 \sin Z_0$$

得:

$$\begin{aligned} & \Delta z_A \sin Z_0 + \frac{1}{2} \Delta z_A^2 \cos Z_0 \sin 1'' - \frac{1}{6} \Delta z_A^3 \sin Z_0 \sin^2 1'' \\ & = d_A / \operatorname{tg} \varphi \end{aligned} \quad (5.42)$$

同样在 $\pm 1^{\text{mas}}$ 精度要求下, 为了把一元三次方程简化为一元二次方程, 由(5.42)式中 Δz_A 的一次近似值, 取:

$$\frac{1}{6} \Delta z_A^3 \sin Z_0 \sin^2 1'' = \frac{1}{6} \frac{d_A}{\operatorname{tg} \varphi} \left(\frac{d_A \sin 1''}{\operatorname{tg} \varphi \sin Z_0} \right)^2$$

并且相应地, 取:

$$d'_A = d_A \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{d_A \sin 1''}{\operatorname{tg} \varphi \sin Z_0} \right)^2 \right] \quad (5.43)$$

代入(5.42)式, 求解一元二次方程式, 得:

$$\begin{aligned} \Delta z_A &= \frac{1}{\cos Z_0 \sin 1''} \left[-\sin Z_0 + \sin Z_0 \sqrt{1 + \frac{2 \cos Z_0 \sin 1''}{\operatorname{tg} \varphi \sin^2 Z_0} d'_A} \right] \\ &= \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi \sin Z_0} d'_A - \frac{1}{2} \frac{\cos Z_0 \sin 1''}{\operatorname{tg}^2 \varphi \sin^3 Z_0} d'^2_A \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\cos^2 Z_0 \sin^2 1''}{\operatorname{tg}^3 \varphi \sin^5 Z_0} d'^3_A - \frac{5}{8} \frac{\cos^3 Z_0 \sin^3 1''}{\operatorname{tg}^4 \varphi \sin^7 Z_0} d'^4_A \end{aligned} \quad (5.44)$$

Δz_B 和 Δz_C 有与 Δz_A 同样的表达式, 仅是把式中的 d'_A 代换为相应的 d'_B 和 d'_C 。

由 d_A 所包含的成分, 考虑到为了控制系统的方便, 转轴前后

CCD 的跟踪速度都是 $15''\sin\varphi\sin Z_0$, 则有:

$$d_A = \frac{1}{2}(x' - x)R_x + \frac{15''}{2}(\Delta T + \Delta t)\sin\varphi\sin Z_0 \\ + (a + \Delta\theta)\sin(Z_0 + \Delta z_A) \quad (5.45)$$

取(5.44)式右边第一项作为 Δz_A 的近似值代入上式, 则有:

$$d_A = \left[\frac{1}{2}(x' - x)R_x + \frac{15''}{2}(\Delta T + \Delta t)\sin\varphi\sin Z_0 \right] \\ \times [1 + (a + \Delta\theta)\sin 1''/\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg} Z_0] + (a + \Delta\theta)\sin Z_0 \quad (5.46)$$

ΔT 和 Δt 以时秒为单位。相应地, 有:

$$\begin{cases} d_B = \left[\frac{1}{2}(x' - x)R_x - \frac{15''}{2}(\Delta T + \Delta t)\sin\varphi\sin Z_0 \right] \\ \quad \times [1 + (a + \Delta\theta)\sin 1''/\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg} Z] + (a + \Delta\theta)\sin Z_0 \\ d_C = \frac{1}{2}(x' - x)R_x [1 + (a + \Delta\theta)\sin 1''/\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg} Z_0] \\ \quad + (a + \Delta\theta)\sin Z_0 \end{cases} \quad (5.46')$$

取:

$$\begin{cases} d_{OA} = \frac{1}{2}(x' - x)R_x + \frac{15''}{2}(\Delta T + \Delta t)\sin\varphi\sin Z_0 \\ d_{OB} = \frac{1}{2}(x' - x)R_x - \frac{15''}{2}(\Delta T + \Delta t)\sin\varphi\sin Z_0 \\ d_{OC} = \frac{1}{2}(x' - x)R_x \end{cases} \quad (5.47)$$

并考虑到(5.43)式中的增量, 则有:

$$d''_A = d_{OA} \left[1 + \frac{1}{6}(d_{OA}\sin 1''/\operatorname{tg}\varphi\sin Z_0)^2 + (a + \Delta\theta)\sin 1''/\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg} Z_0 \right] \\ + (a + \Delta\theta)\sin Z_0 \\ d''_B = d_{OB} \left[1 + \frac{1}{6}(d_{OB}\sin 1''/\operatorname{tg}\varphi\sin Z_0)^2 - (a + \Delta\theta)\sin 1''/\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg} Z_0 \right] \\ + (a + \Delta\theta)\sin Z_0$$

$$d''_C = d_{OC} \left[1 + \frac{1}{6} (d_{OC} \sin 1'' / \operatorname{tg} \varphi \sin Z_0)^2 - (a + \Delta\theta) \sin 1'' / \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} Z_0 \right] + (a + \Delta\theta) \sin Z_0 \quad (5.48)$$

将(5.48)式代入(5.44)式和(5.37)式,并根据推算,在近卯西圈处观测,当纬度采用值的误差为 $\pm 3.6''$ 时,对星径曲率改正的影响不大于 $\pm 1^{\text{mas}}$,以致(5.44)式中,以及(5.47)和(5.48)式中的瞬时纬度 φ 可用纬度采用值 φ_0 代替。则对卯圈方向天顶距测定值应加的星径曲率改正为:

$$\begin{aligned} \Delta Z_c(E) = & -\frac{1}{4} \frac{\cos Z_0 \sin 1''}{\operatorname{tg}^2 \varphi_0 \sin^3 Z_0} (2d''_C{}^2 - d''_A{}^2 - d''_B{}^2) \\ & + \frac{1}{4} \frac{\cos^2 Z_0 \sin^2 1''}{\operatorname{tg}^3 \varphi_0 \sin^5 Z_0} (2d''_C{}^3 - d''_A{}^3 - d''_B{}^3) \\ & - \frac{5}{16} \frac{\cos^3 Z_0 \sin^3 1''}{\operatorname{tg}^4 \varphi_0 \sin^7 Z_0} (2d''_C{}^4 - d''_A{}^4 - d''_B{}^4) \end{aligned} \quad (5.49)$$

对于酉圈方向的观测,(5.47)式的形式不变,由于 Δz_A 等与所对应的 d_{OA} 等之间的符号不同,(5.48)式变为:

$$\begin{aligned} d''_A &= d_{OA} \left[1 + \frac{1}{6} (d_{OA} \sin 1'' / \operatorname{tg} \varphi_0 \sin Z_0)^2 + (a + \Delta\theta) \sin 1'' / \operatorname{tg} \varphi_0 \operatorname{tg} Z_0 \right] \\ &\quad + (a + \Delta\theta) \sin Z_0 \\ d''_B &= d_{OB} \left[1 + \frac{1}{6} (d_{OB} \sin 1'' / \operatorname{tg} \varphi_0 \sin Z_0)^2 - (a + \Delta\theta) \sin 1'' / \operatorname{tg} \varphi_0 \operatorname{tg} Z_0 \right] \\ &\quad + (a + \Delta\theta) \sin Z_0 \\ d''_C &= d_{OC} \left[1 + \frac{1}{6} (d_{OC} \sin 1'' / \operatorname{tg} \varphi_0 \sin Z_0)^2 - (a + \Delta\theta) \sin 1'' / \operatorname{tg} \varphi_0 \operatorname{tg} Z_0 \right] \\ &\quad + (a + \Delta\theta) \sin Z_0 \end{aligned} \quad (5.50)$$

(5.49)式右边第二项也应改变符号,以致酉圈方向天顶距测定值应加的星径曲率改正为:

$$\begin{aligned} \Delta Z_c(w) = & -\frac{1}{4} \frac{\cos Z_0 \sin 1''}{\operatorname{tg}^2 \varphi_0 \sin^3 Z_0} (2d''_C{}^2 - d''_A{}^2 - d''_B{}^2) \\ & - \frac{1}{4} \frac{\cos^2 Z_0 \sin^2 1''}{\operatorname{tg}^3 \varphi_0 \sin^5 Z_0} (2d''_C{}^3 - d''_A{}^3 - d''_B{}^3) \end{aligned}$$

$$-\frac{5 \cos^3 Z_0 \sin^3 1''}{16 \operatorname{tg}^4 \varphi_0 \sin^7 Z_0} (2d''_C - d''_A - d''_B) \quad (5.51)$$

3. 卯酉方向星过记录时刻的星径曲率改正

由图 5.11 看出, PZ 为子午圈, A、B、C 点的星过时刻与它们的时角严格对应, 因此, C 点的星过时刻与星过 A、B 两点记录时刻平均值之差, 即对星过记录时刻应加的星径曲率改正, 可以直接从它们的时角 t_A 、 t_B 和 t_C 导出。由图中球面三角形 PAZ 有:

$$\cos t_A = (\cos z_A - \sin \delta \sin \varphi) / \cos \delta \cos \varphi \quad (5.52)$$

取与 D 点的时角 t_0 之差, 得:

$$\Delta t_A = \sin z_A \Delta z_A / \sin t_A \cos \varphi \cos \delta \quad (5.53)$$

由该球面三角形的正弦公式有:

$$\sin z_A / \sin t_A = \cos \delta / \cos \Delta \alpha_A$$

在精度要求范围内, 可取 $\cos \Delta \alpha = 1$, 则有:

$$\Delta t_A = \Delta z_A / \cos \varphi \quad (5.54)$$

B 和 C 点有相同形式的表达式。类似于(5.38)式, 有:

$$\Delta t_c - \frac{1}{2} (\Delta t_A + \Delta t_B) = \left[\Delta z_c - \frac{1}{2} (\Delta z_A + \Delta z_B) \right] / \cos \varphi \quad (5.55)$$

相应地, 用 φ_0 代替 φ , 得卯酉方向星过记录时刻应加的星径曲率改正(以时秒为单位), 为:

$$\Delta t_c^s = \Delta z''_c / 15 \cos \varphi_0 \quad (5.56)$$

对于卯圈方向和酉圈方向, $\Delta z''_C$ (以角秒为单位) 分别由(5.49)式和(5.51)式得到。

5.3 量度坐标的各种修正

在(5.6)、(5.7)式和(5.10)、(5.11)式中, 用于计算被观测小天区任一天体的星过记录时刻和天顶距测定值的量度坐标 (x, y) 和 (x', y') , 都假设是在理想条件下取得的。这种理想条件是: 量度

坐标系的两坐标轴严格正交, y 轴和 y' 轴严格平行于子午面或卯酉面; CCD 芯片的成像面在望远镜的焦平面内, CCD 图像上各星像之间的线距离与这些天体在天球上的真角距严格地以统一的比例相对应。在子午环的实际观测中, 这种理想条件是不能满足的, 首先, 在高精度要求下, CCD 芯片不可避免地有制造误差, 使两坐标轴不能严格垂直, 两坐标轴方向的比例尺不严格相等, 芯片安装误差除了能改变制造误差的影响之外, 还能引起 y 轴和 y' 轴与子午面或卯酉面不平行, 仪器的方位差、水平差等仪器误差也对它们之间的平行度产生影响; 第二, CCD 图像是平面图像, 而被观测小天区内天体之间的视角距是在球面上量度的, 与这些天体在平面上投影之间的线距离难以一一对应, 因为这里没有采用理想坐标作过渡, 加上小天区内各天体的大气折射位移和光行差位移都不完全一样, 使得它们之间的视角距与真角距之间有微小的差异; 第三, 与大望远镜以天球周日旋转速度跟踪天体露光的观测方式不同, 这里望远镜的指向不随着天体的周日运行而旋转, 仅芯片沿着给定方向作平移跟踪, 跟踪速度为芯片相对中心所对应的天体的周日运行速度, 与 $(y' - y) \neq 0$ 的天体的周日运行速度稍有不同, 从而引起这些天体的像相对于芯片的微小位移。鉴于这些因素的影响, 必须先把与芯片有关的一些误差测定出来, 作为仪器参数对直接从 CCD 图像上读取的量度坐标作修正, 同时进行各种有关的较差修正。

5.3.1 CCD 芯片的制造误差和安装误差的测定和修正

CCD 芯片的制造误差, 从平面几何学的角度来看, 主要有三种: 一是象元分格不均匀, 在整个芯片上象元面积的大小不一致, 使得不同部分的比例尺不相同; 二是两个方向上的象元分格线不垂直, 引起了量度坐标系的 x 轴与 y 轴不严格垂直; 三是两个方向上的象元分格线的间距不相等, 引起 x 轴与 y 轴方向上的比例尺

不相等。后两种误差合在一起,使象元呈现为平行四边形,这样,在天体像的量度坐标中引起了系统误差,可用天文方法测定出来,并予以修正;对 CCD 视场内所有天体来说,第一种误差是随机误差,对同一天体的多次测量,其影响也呈现随机分布,需要通过对星像分布较密集的天区进行观测或通过实验室方法来进行专门的测量和分析,在这里暂不予以考虑。芯片的安装误差也有三类:一是芯片的几何中心相对于望远镜光轴与焦平面交点的偏离,可以分解为 x 轴方向、 y 轴方向和光轴方向三个分量来分析;二是芯片绕望远镜光轴的微小的旋转,使得 y 轴与子午面或卯西面不平行;三是芯片平面与望远镜的焦平面不平行,有一微小的夹角。第一种安装误差,在低纬子午环采用的特定观测方式的情况下,对观测结果没有影响,因为芯片的几何中心在 x 轴方向和 y 轴方向的偏离,其影响与准直差相类似,特别是为了方便芯片开始跟踪时刻指令讯号的给出和避免望远镜预置天顶距误差的影响,采用了芯片相对中心在芯片上的位置不需要固定的处理方法,使得芯片的几何中心的这种偏离的影响在转轴观测中予以消除,而芯片的几何中心沿望远镜光轴方向的偏离,会使得星像稍微变大些,并在比例尺中产生相对稳定的系统误差,在采用实测比例尺的情况下,不会引起星像相对位置测定值的变化;第二种误差对 CCD 图像上所有天体像的量度坐标产生与天体像在 CCD 图像上的位置相关的系统误差,因而,必须对其进行专门测定,并对量度坐标作相应的修正;第三种误差,除了引起星像大小随其在 CCD 图像上位置的不同而有微小的变化以及比例尺的微小变化外,还能引起量度坐标系的两坐标轴方向不垂直和两比例尺不相等,从而在量度坐标中产生了系统误差,这种效应与芯片的第二和第三种制造误差产生的影响相类似,可以把它们加在一起予以考虑。为了与仪器的其他误差进行配合测定,这里的推导方法与 4.2.2 节中的情况稍有不同。

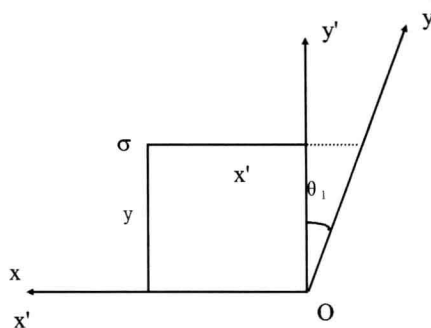


图 5.12 两坐标轴不垂直

设 CCD 芯片受第二、三种制造误差和第三种安装误差的影响,使得 CCD 图像量度坐标系的 x 轴与 y 轴之间的夹角为 $90^\circ + \theta_1$,两坐标轴的比例尺之比为 β ,即 $R_y = \beta R_x$, θ_1 为一未知小量, β 为接近于 1 的未知常数。图 5.12 为从望远镜光轴方向向下看时, θ_1 对量度坐标轴指向产生的影响;因这种影响使得每个象元变成平行四边形,因而,对直接读取的量度坐标 (x, y) 与作了 θ_1 修正后的量度坐标 (x', y') 之间的关系可以表示为:

$$\begin{aligned} x' &= x - \theta_1 y \\ y' &= y \end{aligned} \quad (5.57)$$

将 (x', y') 再作两轴方向比例尺不相等的修正后,即能统一两坐标轴方向上的比例尺,可得到都以 R_x 为比例尺的量度坐标为:

$$\begin{aligned} x'' &= x - \beta \theta_1 y \\ y'' &= \beta y \end{aligned} \quad (5.58)$$

把 $\beta \theta_1$ 看成一个未知数,与 β 一起解算出,就能得到 θ_1 和 β 这一对参数。在这里,通过卯酉方向和子午方向的交叉观测,由于在这两个方向观测的同一天区 CCD 图像旋转的角度与量度坐标系旋转角度之间的差异,一对星像在这两个方向观测的量度坐标差值因受到 θ_1 和 β 影响的各异而有不同的变化,这样,由这些差

值可以直接求解出 θ_1 和 β 。若在三个方向观测时,自 CCD 图像上直接读取的某对星像的量度坐标差值分别为 $(\Delta x_m, \Delta y_m)$, $(\Delta x_e, \Delta y_e)$ 和 $(\Delta x_w, \Delta y_w)$, 那么由 (5.58) 式可以得到:

$$\Delta x'_m = \Delta x_m - \beta \theta_1 \Delta y_m$$

$$\Delta y''_m = \beta \Delta y_m$$

$$\Delta x''_e = \Delta x_e - \beta \theta_1 \Delta y_e$$

$$\Delta y''_e = \beta \Delta y_e$$

$$\Delta x''_w = \Delta x_w - \beta \theta_1 \Delta y_w$$

$$\Delta y''_w = \beta \Delta y_w$$

在作了 θ_1 和 β 的修正后,不同 CCD 图像上两颗星像之间的角距测定值保持不变的条件下,并略去含 $(\beta \theta_1)^2$ 的项后,可得到:

$$\begin{aligned} \beta^2 \Delta y_m^2 + \Delta x_m^2 - 2 \Delta x_m \Delta y_m \beta \theta_1 &= \beta^2 \Delta y_e^2 + \Delta x_e^2 - 2 \Delta x_e \Delta y_e \beta \theta_1 \\ &= \beta^2 \Delta y_w^2 + \Delta x_w^2 - 2 \Delta x_w \Delta y_w \beta \theta_1 \end{aligned}$$

考虑到两个未知参数 β^2 和 $\beta \theta_1$ 的量级相差较大,可用 $(\beta^2 - 1)$ 代替 β^2 ,来作为未知参数代入上式后,可得到:

$$\begin{aligned} (\beta^2 - 1)(\Delta y_m^2 - \Delta y_e^2) - 2(\Delta x_m \Delta y_m - \Delta x_e \Delta y_e) \beta \theta_1 \\ = \Delta x_e^2 + \Delta y_e^2 - \Delta x_m^2 - \Delta y_m^2 \\ (\beta^2 - 1)(\Delta y_m^2 - \Delta y_w^2) - 2(\Delta x_m \Delta y_m - \Delta x_w \Delta y_w) \beta \theta_1 \\ = \Delta x_w^2 + \Delta y_w^2 - \Delta x_m^2 - \Delta y_m^2 \quad (5.59) \end{aligned}$$

把一对星在三个方向观测时取得的量度坐标差值代入 (5.59) 式后,可直接求出 $\beta^2 - 1$ 和 $\beta \theta_1$,进而可求得 β 和 θ_1 ,再把它代入 (5.58) 式,从而实现对直接从 CCD 图像上读取的量度坐标进行两轴不垂直偏差和两轴比例尺不相等的修正,这样,在两坐标轴方向可以使用单一的比例尺 R_x 。

若每颗星像的量度坐标的读数精度为 ± 0.02 象元,在每幅 CCD 图像上选取平均角距不小于 500 象元的 10 对星像,并考虑到转轴前后观测的同时采用,则对某一个小天区在三个方向进行一

次交叉观测, β 和 θ_1 的测定精度为 5×10^{-5} ; 若取 100 次测定值的平均, 精度可达 5×10^{-6} , 对 1024×1024 象元的 CCD 芯片而言, 用这种测定精度所得的这两种参数作修正时, 在芯片的边角处的最大误差为 ± 0.003 象元, 这种测定方法无需专门安排观测星对, 只需采用平时为测定方位差和瞬时纬度所进行的在卯酉方向和子午方向的交叉观测数据, 选取合适的星对, 就能求得 β 和 θ_1 , 以致可用的数据量是很大的。

需要专门安排观测的是测定芯片的第二种安装误差, 即量度坐标系的 y 轴与子午面或卯酉面不平行, 严格地说, 在作过两坐标轴不垂直修正后, x 轴也不垂直于子午面或卯酉面。这种误差可以通过间断跟踪露光观测的方法来测定, 即如图 5.13 所示, 先在子午方向跟踪露光 15 秒, 这时天体成像于 σ 点, 然后, 停止跟踪及露光 30 秒, 接着, 再跟踪露光 15 秒, 同一天体成像于 σ'' 点; 如果 x 轴与子午方向相互垂直, 当不计及星径曲率效应影响的情况下, 第二次跟踪露光时, 天体应成像于 σ' 点, 它与 σ 点有相同的 y 坐标值, 因而, 直线 $\sigma\sigma''$ 与 $\sigma\sigma'$ 之间的夹角就是 x 轴与子午方向的不垂直偏差 θ_z 。设 σ 和 σ'' 两点的量度坐标为 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) , 并都已通过 (5.58) 式作过两轴不垂直和比例尺不相等的修正、星径曲率改正、大气折射较差改正、光行差较差改正等, 则有:

$$\operatorname{tg} \theta_z = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (5.60)$$

由每颗天体的两次跟踪露光, 即可以直接测定出这种误差, 若以量度坐标的读数误差为 ± 0.02 象元来作估计, 对某颗赤道星进

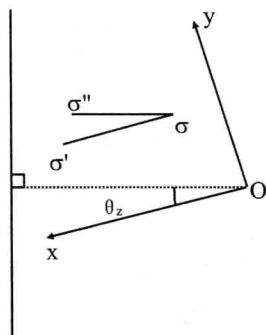


图 5.13 X 轴与子午面不垂直

行一次测定, θ_2 的精度达 $\pm 6.3 \times 10^{-5}$, 约为 $\pm 14''$ 。在 30 秒不跟踪的时间内, 星像移动量 $\sigma\sigma''$ 为 $450' \cos \delta$, 对低纬子午环来说, 约 $18' \times 18'$ 的 CCD 视场, 在天赤道区, 一次观测仍有 $18' \times 10.5'$ 的天区内亮于约 16.5^m 的天体(因每颗星像仅经 15 秒露光而成)都可同时用于这种测定, 以 40 颗天体来估计, 连续进行 30 次测定, 取其平均后, 则 θ_2 的测定精度可达到 $\pm 5.7 \times 10^{-6}$, 对于 $18' \times 18'$ 的 CCD 图像, 其边角处的修正误差仅为 ± 0.003 象元。

为减少 θ_2 的测定误差的影响和保证修正后的量度坐标系在转轴前后对称, 以相对于芯片的几何中心对量度坐标作 θ_2 的修正为宜, 对于 1024×1024 的芯片, 转轴前量度坐标 (x, y) 的修正公式为:

$$\begin{aligned} x'' &= (x - 512) \cos \theta_2 + (y - 512) \sin \theta_2 + 512 \\ y'' &= -(x - 512) \sin \theta_2 + (y - 512) \cos \theta_2 + 512 \end{aligned} \quad (5.61)$$

对于转轴后, 量度坐标 (x', y') 的修正公式与 (5.61) 式相同, 仅以 (x', y') 代替该式右边的 (x, y) 。

与芯片的第二种安装误差类似的一种仪器误差, 是芯片跟踪方向不严格垂直于望远镜视场的垂直中线, 这将使得星像在跟踪露光过程中沿着 y 轴方向有微小的漂移, 星像被拉长成椭圆形, 在这里若采用拟合星像光度中心的方法进行测量, 并且考虑到转轴前后跟踪的对称性, 这种误差对最终结果没有影响。但是如果这种误差比较大, 使星像被拉得太长, 以致影响了量度坐标 y 的测量精度时, 必须将这种误差测定出来, 对芯片跟踪方向进行调节; 测定方法有两种: 一是从屏幕上看星像被拉长的程度; 二是把芯片放置于距离望远镜的视场中央不同角距处, 读取人造星的自准直像的量度坐标, 在对它们进行 θ_2 修正后, 就可被用来计算出这种仪器误差的量值。对于 30 秒的跟踪露光, 这种误差应控制在 $\pm 5'$ 之内。

5.3.2 比例尺及其变化的测定

从 CCD 图像上直接读取的量度坐标,都以象元为单位,必须通过比例尺转换为角秒数后,方能与星过时刻和天顶距测定值对应起来。对于焦距为 4815 毫米的低纬子午环,若配备单个象元宽为 25 微米的 CCD 芯片,比例尺粗值为 $1.071''/\text{pixel}$;但望远镜焦距和象元宽度的给定值都不是高精度的,而为了使得 $18' \times 18'$ 的 CCD 图像边角处受比例尺误差的影响不大于 $\pm 0.005''$,比例尺相对精度必须优于 1×10^{-5} ,这种精度是比例尺的粗值所无法保证的,因而应当采用天文方法对其进行专门的测定。这种测定,可以分别测定 R_x 和 R_y ,也可以仅测定其中的一种,再通过 5.3.1 节测定的 β 值,来计算出另一种。

测定比例尺 R_y ,可利用相邻两夜在望远镜稍有不同的两个天顶距指向观测同一颗恒星来进行,对于 $18' \times 18'$ 的 CCD 视场,这种天顶距指向之差可达约 $10'$,在两相邻观测夜的同一地方恒星时时刻刻进行观测,所得到的两幅 CCD 图像将有 $8' \times 18'$ 的共同天区。设在共同天区内,通过转轴观测得到的两观测夜中同一颗恒星的像相对于芯片相对中心在 y 轴方向的偏量分别为 $\frac{1}{2}(y' - y)_1 R_y$ 和 $\frac{1}{2}(y' - y)_2 R_y$;若转轴前后的度盘读数分别为 M 和 M' ,并且分别以下标 1 和 2 表示相邻两夜的相应量,则这颗恒星在两夜中的赤纬测定值分别为:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \varphi_1 - \frac{1}{2}(M' - M)_1 - \frac{1}{2}(y' - y)_1 R_y \mp \rho_1 + \Delta z_{e1} \\ \delta_2 &= \varphi_2 - \frac{1}{2}(M' - M)_2 - \frac{1}{2}(y' - y)_2 R_y \mp \rho_2 + \Delta z_{e2} \quad (5.62)\end{aligned}$$

取

$$\delta_2 = \delta_1 + \Delta\delta$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$$

$\Delta\delta$ 为该星的赤纬在 24 小时内的变化量,可以由贝塞尔日数和恒星常数计算得到; $\Delta\varphi$ 为瞬时纬度的变化量,可以由纬度变化曲线得到,或用两夜的地极坐标差值来计算,由于该星在两夜里的观测时刻相同,不必考虑纬度周日变化的影响; ρ_1 和 ρ_2 为瞬时大气折射值,可以用观测时刻的气温和气压记录值来计算得到,由于最后是取它们的差值,相邻两夜的气温和气压相差不大,大气折射常数误差对两夜中的大气折射改正量之差,即对 $(\rho_1 - \rho_2)$ 的影响可忽略; Δz_{e1} 和 Δz_{e2} 为相邻两夜的各种仪器误差修正。(5.62)式中的两等式相减后,可得到:

$$\left[\frac{1}{2}(y' - y)_2 - \frac{1}{2}(y' - y)_1 \right] R_y = \frac{1}{2}(M' - M)_1 - \frac{1}{2}(M' - M)_2 \\ \pm (\rho_1 - \rho_2) + \Delta\varphi - \Delta\delta + \Delta z_{e2} - \Delta z_{e1} + v \quad (5.63)$$

在(5.63)式中, $(\rho_1 - \rho_2)$ 之前的正、负号分别对应于在天顶以南和北的观测情况; v 为两夜的天顶距测定值中所包含的各种随机误差的影响,包括各种仪器误差修正值的测定误差,度盘读数的随机误差,大气反常折射随机成分等影响。如果每次观测时仪器误差修正值的残差和各种读数的误差影响为 $\pm 0.05''$, 大气的随机影响为 $\pm 0.1''$, (5.63)式左边 R_y 的系数为 $10'$, 则由(5.63)式直接计算出的 R_y 的单星相对测定精度为 $\pm 2.64 \times 10^{-4}$; 不过在这里,即使对每次观测时在 $18' \times 8'$ 的共同天区内取 30 颗星像的测定值,也不能提高 R_y 的测定精度,只能采用多次测定的办法来提高精度,例如进行 25 次观测,则 R_y 平均值相对精度将达到 $\pm 5.28 \times 10^{-5}$, 若作 100 次观测,其相应的精度也仅达 $\pm 2.64 \times 10^{-5}$ 。

比例尺 R_x 的测定可采用两种方法:

方法一:利用 5.3.1 节中所提及的间断露光观测的取值,可直接计算出 R_x ,即将两次跟踪露光的 CCD 图像上的读数,经(5.61)式作 θ_2 修正后,得到量度坐标 x_1, x_2 ,再把从第一次跟踪露光停止

时刻到第二次跟踪露光开始时刻之间的时间间距 ΔT 代入下式, 则比例尺 R_x 为

$$R_x = \frac{15\Delta T \cos \delta}{x_2 - x_1} \quad (5.64)$$

为提高精度, 并能采用较准确的 δ 值, 应当同时采用转轴前后的观测值, 并用 $[\delta_0 - \frac{1}{2}(y' - y)R_y]$ 代替芯片相对中心所对应的赤纬 δ_0 , 以保证视场中多颗星像都被采用。若 ΔT 取为 30 秒, x_1 和 x_2 的读数精度为 ± 0.02 象元, 则单星一次测定所得到的 R_x 的相对精度为 $\pm 6.7 \times 10^{-5}$ 。与测定 θ_2 时一样, 每次观测选取 40 颗星, 连续 30 次观测, R_x 平均值的精度为 $\pm 1.9 \times 10^{-6}$, 优于预期的要求。这种测定可以与 θ_2 的测定同时进行, 不必另作安排。测定结果不受仪器误差的影响, 但受 30 秒钟时间内大气反常折射变化的影响, 而且在这种情况下, 同一视场中多星像的测量只对压缩测量误差的影响有作用。设在 30 秒钟内大气变化对两端各 15 秒钟露光星像位置的影响为 $\pm 0.05''$, 则经过 100 次观测, 即可得到相对精度为 $\pm 1 \times 10^{-5}$ 的比例尺测定值。

方法二: 与测定 R_y 类似, 利用相邻两夜在地方恒星时相差约 $40^s \sec \delta$ 的时刻, 在同一天顶距指向进行观测, 所得到的图像有 $8' \times 18'$ 的共同天区。由 (5.6) 式可以得到在两个观测夜里, 共同天区内的同一颗恒星的赤经分别为:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{2}(\overline{t_i} + \overline{t'_i})_1 + u_1 \\ &\quad + \frac{1}{30}(\overline{p'_i} - \overline{p_i})_1 R_p \sec[\delta_0 - \frac{1}{2}(y' - y)R_y] \\ &\quad + \frac{1}{30}(\overline{x'_i} - \overline{x_i})_1 R_x \sec[\delta_0 - \frac{1}{2}(y' - y)R_y] + \Delta T_{e1} \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2}(\overline{t_i} + \overline{t'_i})_2 + u_2 \\ &\quad + \frac{1}{30}(\overline{p'_i} - \overline{p_i})_2 R_p \sec[\delta_0 - \frac{1}{2}(y' - y)R_y] \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{30}(\overline{x'_i} - \overline{x_i})_2 R_x \sec[\delta_0 - \frac{1}{2}(y' - y)R_y] + \Delta T_{e2} \quad (5.65)$$

在(5.65)式中, u 为天文钟差, 取 $u_2 = u_1 + \omega$, ω 为钟速, 可由无线电时号比对来得到, $\alpha_2 = \alpha_1 + \Delta\alpha$, $\Delta\alpha$ 为该星的赤经在 24 小时内的变化, 可以由贝塞耳日数和恒星常数来计算。

对同一颗星来说, 可忽略 $[\delta_0 - \frac{1}{2}(y' - y)R_y]$ 这一因子在相邻两观测夜中变化量的影响, 把(3.40)中的两个等式相减后, 则有:

$$\begin{aligned} & [\frac{1}{2}(\overline{x'_i} - \overline{x_i})_2 - \frac{1}{2}(\overline{x'_i} - \overline{x_i})_1] \sec[\delta_0 - \frac{1}{2}(y' - y)R_y] R_x \\ &= \frac{15}{2}(\overline{t_i} + \overline{t'_i})_1 - \frac{15}{2}(\overline{t_i} + \overline{t'_i})_2 \\ &+ \frac{1}{2}[(\overline{p'_i} - \overline{p_i})_1 - (\overline{p'_i} - \overline{p_i})_2] R_p \sec[\delta_0 - \frac{1}{2}(y' - y)R_y] \\ &+ 15(\Delta T_{e1} - \Delta T_{e2}) + 15\Delta\alpha - 15\omega + v \end{aligned} \quad (5.66)$$

(5.66)式中的 v 是各种随机误差的影响; 鉴于 R_x 的系数也是 $10'$ 量级, 与前面的假设一样, 通过对一颗星的观测, 由(5.66)式可以得到 R_x 的相对测定精度为 $\pm 2.64 \times 10^{-4}$; 对其进行 100 次观测, 则 R_x 测定值的精度为 $\pm 2.64 \times 10^{-5}$ 。

比较上述两种测定 R_x 的方法可看出: 第一种方法可取, 它可以与 θ_2 同时测定, 只需一个晴夜, 而第二种方法却需要两个晴夜, 况且其测量精度也低于第一种方法。

由于温度变化会引起望远镜的主、副镜之间距离和镜面曲率半径的微小变化, 使焦距发生变化, 从而导致了比例尺的变化。虽然在低纬子午环的主、副镜之间设置了微晶玻璃杆, 副镜室能沿着光轴方向移动, 以保持主、副镜的间距不变, 使得望远镜的焦距变化甚微, 但由于这里对比例尺的精度要求很高, 即使仅有 1×10^{-5} 的相对变化, 对 $18' \times 18'$ 的 CCD 图像边角处也会产生 $0.005''$ 量级的影响, 而且这种影响在夏天与冬天的观测结果之间会产生系统

差,因此,必须测定比例尺的变化,其测定方法有以下三种。

方法一:在不同气温条件下测定比例尺。作为经常性的测定,考虑到测定 R_y 时需要两个晴夜的观测时间,而若采用测定 R_x 的第一种方法,与 θ_2 一道测定出,仅需一个晴夜,还能同时检测芯片安装误差的稳定性。再利用平时在卯酉方向和子午方向交叉观测时所累积的量度坐标,不断求解出的量度坐标系两轴方向比例尺之比值 β ,就能得到 R_y 。当然,利用相邻两夜的观测来分别测定 R_x 和 R_y 的方法也不能看成是多占用仪器的观测时间;因为这种测定对被测天区没有特别的要求,可以服从平时观测纲要的安排,仅要求在相邻两夜观测的天区错开约 $10'$ 的角距,在获得比例尺测定值的同时,还能起到扩展被观测小天区的作用。

方法二:在编制观测纲要时,为提高恒星绝对自行的测定精度,已经尽可能多选取在 $(18' + \Delta') \times 18'$ 的被观测天区内有两颗或多颗河外天体的小天区,其中, Δ' 为转轴前或后观测的非重叠区的宽度。利用平时在不同气温条件下,同一对河外天体之间的角距测量值(量度坐标)的变化,就能直接得到比例尺的变化量,因为河外天体的自行可取为零,而这种测定值又不受仪器误差的影响,相距 $10'$ 的一对河外天体一次测定的相对精度可优于 5×10^{-5} 。

方法三:利用测定镜筒弯曲时所读取的多颗自准直像的量度坐标之间差值的变化,可直接获得望远镜的焦距变化情况,因为 CCD 芯片和多透明孔的分划板在同一平面上,它们与主镜室之间的距离不变,分划板用熔石英玻璃制成,透明孔之间的距离也可以看成不变,当望远镜的焦距变长时,分划板位于焦距内,物距短于焦距,自准直像之间的距离增大,相反,当望远镜的焦距变短时,自准直像之间的距离缩小了,所以利用自准直像之间距离的变化,可以计算出望远镜焦距的变化,进而可得到比例尺的变化。

除了方法一之外,其他两种方法都不需要专门安排观测,只需对平时的观测数据进行专门处理即可。通过对在不同气温条件下

的测定值进行模拟处理后,可以拟合出比例尺随气温变化的曲线,用于在不同气温条件下观测时读取比例尺的采用值;随着观测资料的不断累积,利用方法二和方法三观测数据进行重复处理,可逐步提高比例尺变化曲线的精度。

5.3.3 子午方向和卯酉方向观测的大气折射较差修正

大气折射对天体视位置的影响量,随天顶距的不同而异,位移的奔赴点是天顶点。一幅 CCD 图像所对应的小天区内,各天体的天顶距不同,大气折射位移量也不同,各天体的地平经度不同,折射位移的方向也稍有不同。要想使得用 CCD 测微器所测量的数据与这些天体在天球上的真位置对应起来,必须对每颗天体像的量度坐标分别作大气折射修正。为了便于测定与 CCD 芯片有关的误差和仪器常数,这里对子午方向和卯酉方向观测的大气折射修正分两步来进行:一是芯片相对中心的大气折射修正,二是每颗天体像相对于芯片相对中心的大气折射较差修正。在 4.2.3 节中仅对大望远镜的观测图像考虑了较差修正,因为那是相对测量,不必对芯片相对中心作大气折射修正,而这里是绝对测定,需要测定星过子午圈或卯酉圈的天顶距真值,所以以上两步修正都是必要的。下面分别就子午方向和卯酉方向的观测作推导。

子午方向观测的情况比较简单,因为在芯片跟踪露光过程中,望远镜的指向天顶距是不变的。图 5.14 中给出了在子午方向转轴前观测的天区位置和相应的量度坐标系 $O - xy$,图中 Z 为天顶, P 为天极; C 为芯片相对中心,其量度坐标为 (x_0, y_0) ;设赤纬为 δ 的天体 σ 在露光过程中的第 $(n - i)$ 个时段内平均时刻与子午圈之间的角距为 d_i ,时角为 t_i ;取转轴时间为 ΔT ,转轴前后跟踪露光时间均为 Δt ;若自 CCD 图像上直接读取的转轴前后的量度坐标为 (x, y) 和 (x', y') ,则有:

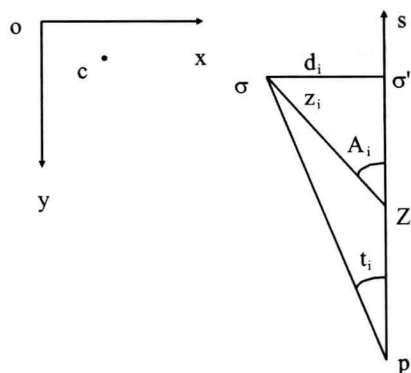


图 5.14 子午方向转轴前观测的图像位置

$$d_i = 15 \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{2n} (2i - 1) \right] \cos \delta + \frac{1}{2} (x - x') R_x \quad (5.67)$$

$$t_i = d_i \sec \delta \quad (5.68)$$

式中的 d_i 和 t_i 均以角秒为单位。由于低纬子午环的 CCD 视场仅有 $18' \times 18'$, 因而, 只需取到 d_i 的平方项, 并且在小量 d_i^2 的系数中用 δ_0 代替 δ , 则可求得点 σ 的天顶距 z_i 的表达式为:

$$\cos z_i = \cos(\varphi - \delta) - \frac{1}{2} \cos(\varphi - \delta_0) d_i^2$$

即:

$$z_i = \varphi - \delta_0 + (y - y_0) R_y + \frac{1}{2} \operatorname{ctg}(\varphi - \delta_0) d_i^2 \sin 1'' \quad (5.69)$$

式中的 δ_0 为芯片相对中心的赤纬。若只考虑 $\operatorname{tg} z_i$ 的一次项, 则点 σ 的大气折射位移为:

$$\Delta z_i = R \operatorname{tg} z_i \quad (5.70)$$

在(5.70)式中的大气折射常数 R 可由标准大气条件下的大气折射常数 R_0 和观测时刻的气温 T 和气压 P 来计算, 其计算公式为

$$R = \frac{273p}{(T + 273)760} R_0 \quad (5.71)$$

该天体的量度坐标应加的大气折射修正为:

$$\Delta x_i = -\frac{R}{R_x} \operatorname{tg} z_i \sin A_i \quad (5.72)$$

$$\Delta y_i = -\frac{R}{R_y} \operatorname{tg} z_i \cos A_i$$

在(5.72)式中的 A_i 为点 σ 的方位角, R_x 和 R_y 分别为 CCD 图像上两轴方向的比例尺, 由窄直角球面三角形 $\sigma\sigma'z$, 并取到 d_i^2 的平方项, 可得:

$$\begin{aligned} \sin A_i &= \sin d_i \csc z_i \\ &= d_i \csc(\varphi - \delta_0) \sin 1'' \\ &\quad - d_i(y - y_0) R_y \cos(\varphi - \delta_0) \csc^2(\varphi - \delta_0) \sin^2 1'' \\ \cos A_i &= \sqrt{1 - \sin^2 A_i} \\ &= 1 - \frac{1}{2} d_i^2 \csc^2(\varphi - \delta_0) \sin^2 1'' \end{aligned} \quad (5.73)$$

将(5.69)式和(5.73)式代入(5.72)式, 可得:

$$\begin{cases} \Delta x_i = -\frac{R}{R_x} [\sec(\varphi - \delta_0) \sin 1'' \\ \quad + (y - y_0) R_x \csc(\varphi - \delta_0) \sec^2(\varphi - \delta_0) \sin^2 1''] d_i \\ \Delta y_i = -\frac{R}{R_y} [\operatorname{tg}(\varphi - \delta_0) + R_y(y - y_0) \sec^2(\varphi - \delta_0) \sin 1''] \end{cases} \quad (5.74)$$

把(5.67)式代入(5.74)式, 在 $i = 1, 2, \dots, n$ 范围内取平均, 并令 n 趋于无穷大, 则可得到在子午方向转轴前观测所得的自 CCD 图像上直接读取的量度坐标 (x, y) 应加的大气折射修正(准确至 0.001 象元)为:

$$\Delta x = -\frac{R}{R_x} \left[\frac{15}{2} (\Delta T + \Delta t) \cos \delta_0 \sec(\varphi - \delta_0) \sin 1'' \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + (x - x_0) R_x \sec(\varphi - \delta_0) \sin 1'' \\
 \Delta y = & - \frac{R}{R_y} [\operatorname{tg}(\varphi - \delta_0) + R_y (y - y_0) \sec^2(\varphi - \delta_0) \sin 1''] \\
 & (5.75)
 \end{aligned}$$

若所要求的精度更高或者 CCD 的视场较大,则可以考虑保留(5.74)式右边含 d_i^2 或 $d_i(y_0 - y) R_y$ 的项,在一般情况下,包括在非重叠区的观测,仅需采用(5.75)式就能够达到足够的修正精度。

在芯片相对中心 (x_0, y_0) 处的大气折射位移为:

$$\begin{aligned}
 \Delta x_0 = & - \frac{R}{R_x} \left[\frac{15}{2} (\Delta T + \Delta t) \cos \delta_0 \sec(\varphi - \delta_0) \sin 1'' \right] \\
 \Delta y_0 = & - \frac{R}{R_y} \operatorname{tg}(\varphi - \delta_0) \\
 & (5.75')
 \end{aligned}$$

把(5.75)和(5.75')两式相减,就可得到对自 CCD 图像上直接读取的量度坐标应加的相对于芯片中心的大气折射较差修正:

$$\begin{aligned}
 \delta x = & - R(x - x_0)(y - y_0) R_y \csc(\varphi - \delta_0) \sec^2(\varphi - \delta_0) \sin^2 1'' \\
 \delta y = & - R(y - y_0) \sec^2(\varphi - \delta_0) \sin 1'' \\
 & (5.76)
 \end{aligned}$$

同理,可得到转轴后所测得的量度坐标 (x', y') 应加的大气折射较差修正为:

$$\begin{aligned}
 \delta x' = & - R(x_0 - x')(y_0 - y') R_y \csc(\varphi - \delta_0) \sec^2(\varphi - \delta_0) \sin^2 1'' \\
 \delta y' = & - R(y_0 - y') \sec^2(\varphi - \delta_0) \sin 1'' \\
 & (5.77)
 \end{aligned}$$

(5.75)式中第二式的反号值,即为(5.7)式右边应加的大气折射修正的主要项,只是这里主要为了推导较差修正需要,没有考虑大气折射常数误差的影响,也没有考虑 $\operatorname{tg}^3(\varphi - \delta_0)$ 项和更高次项,而这些在(5.7)式中是不能忽略的。对转轴前后观测的重叠区内的天体,(5.75)式的第一式,在取量度坐标 x 和 x' 的半差时被抵消,对非重叠区的天体,在以 $(x - x_0)$ 或 $(x' - x_0)$ 代替 $\frac{1}{2}(x' - x)$ 代入(5.6)式计算星过时刻时,必须对 x_0 作 Δx_0 的修正,因为其 x_0 是利用重叠区内所有天体像的 x 和 x' 取平均而得到的,含有 Δx_0

的影响。

对于卯酉方向的观测,由图 5.11 通过 Z 和 A 点的大圆与卯圈之间窄球面直角三角形有:

$$\cos z_i = \sin \delta \csc \varphi_0 - d_i \operatorname{ctg} \varphi_0$$

与(5.69)式相对应,有:

$$\begin{aligned} z_i = z_0 + (y_0 - y) R_y \\ + d_i \csc z_0 \operatorname{ctg} \varphi_0 - d_i (y_0 - y) R_y \cos z_0 \csc^2 Z_0 \operatorname{ctg} \varphi_0 \sin 1'' \\ - \frac{1}{2} d_i^2 \cos z_0 \csc^3 z_0 \operatorname{ctg}^2 \varphi_0 \sin 1'' \end{aligned} \quad (5.78)$$

(5.78)式中的 z_0 为芯片的相对中心过卯酉圈时的天顶距。把(5.78)式代入(5.72)式,与(5.75)式的精度要求一样,略去 d_i^2 项和含 $d_i(y_0 - y)$ 的项,可得到第 $(n - i)$ 时段内平均时刻露光所得的量度坐标应加的大气折射较差修正:

$$\begin{aligned} \Delta x_i = -\frac{R}{R_x} d_i \sec z_0 \sin 1'' \\ \Delta y_i = -\frac{R}{R_y} [\operatorname{tg} z_0 + R_y (y_0 - y) \sec^2 z_0 \sin 1'' \\ + d_i \csc z_0 \sec^2 z_0 \operatorname{ctg} \varphi_0 \sin 1''] \end{aligned} \quad (7.78')$$

类似于(5.45)和(5.46)式,对于转轴前后的观测分别有:

卯圈方向:

$$\begin{aligned} d_i = 15 \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{2n} (2i - 1) \right] \sin \varphi_0 \sin z_e + (x_0 - x) R_x \\ d'_i = -15 \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{2n} (2i - 1) \right] \sin \varphi_0 \sin z_e - (x_0 - x') R_x \end{aligned} \quad (5.79)$$

酉圈方向:

$$\begin{aligned} d_i = 15 \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{2n} (2i - 1) \right] \sin \varphi_0 \sin z_e + (x_0 - x) R_x \\ d'_i = -15 \left[\frac{1}{2} \Delta T + \frac{\Delta t}{2n} (2i - 1) \right] \sin \varphi_0 \sin z_e + (x_0 - x') R_x \end{aligned} \quad (5.80)$$

将 d_i 代入(5.78')式,在 $i = 1, 2, \dots, n$ 范围内取平均,并令 n 趋于无穷大,则量度坐标应加的大气折射修正为:

$$\begin{aligned}\Delta x &= -\frac{R}{R_x} \left[\frac{15}{2} (\Delta T + \Delta t) \sin \varphi_0 \operatorname{tg} z_0 \sin 1'' + (x_0 - x) R_x \sec z_0 \sin 1'' \right] \\ \Delta y &= -\frac{R}{R_y} \left[\operatorname{tg} z_0 + R_y (y_0 - y) \sec^2 z_0 \sin 1'' \right. \\ &\quad \left. + \frac{15}{2} (\Delta T + \Delta t) \sin \varphi_0 \sec^2 z_0 \operatorname{ctg} \varphi_0 \sin 1'' \right. \\ &\quad \left. + (x_0 - x) R_x \csc z_0 \sec^2 z_0 \operatorname{ctg} \varphi_0 \sin 1'' \right] \quad (5.81)\end{aligned}$$

进而可得到对 (x, y) 的大气折射较差修正:

$$\begin{aligned}\delta x &= -(x_0 - x) R \sec z_0 \sin 1'' \\ \delta y &= -\frac{R}{R_y} \left[R_y (y_0 - y) \sec^2 z_0 \sin 1'' \right. \\ &\quad \left. + (x_0 - x) \csc z_0 \sec^2 z_0 \operatorname{ctg} \varphi_0 \sin 1'' \right] \quad (5.82)\end{aligned}$$

虽然在(5.79)和(5.80)式中 $(x_0 - x)$ 与 $(x_0 - x')$ 前面的符号相反,但是考虑到转轴后的量度坐标系相对于转轴前旋转了 180° ,转轴后的量度坐标较差修正仍采用(5.82)式,仅需用 (x', y') 代替 (x, y) 。

(5.81)式第二式取 $x = x_0$ 和 $y = y_0$ 后,再乘以 (-1) ,即得(5.11)式右边所需的大气折射改正值,但这仅是主要项,精确值还必须考虑 $\operatorname{tg} z_0$ 的三次项和高次项,这里的重要一点是需考虑 $(\Delta T + \Delta t)$ 的影响。由于卯酉方向观测一般不存在非重叠区的问题,所以在用(5.10)式计算星过时刻时,不必考虑(5.81)式第一等式的影响。

5.3.4 子午方向和卯酉方向观测的光行差较差修正

光行差,与大气折射一样,使所有天体都向同一个奔赴点位移,其位移量与天体到奔赴点的角距有关。在被观测小天区内,天体的位置不同,光行差位移的大小和方向也稍有不同,这使得自

CCD 图像上测得的各天体像之间的相对位置不能严格地反映这些天体在天球上的真实相对位置,因而,必须对直接读取的量度坐标作较差修正。光行差可分为周年光行差和周日光行差,后者的影响比前者小两个数量级,但因奔赴点不同,需分别加以推导和修正。这里的推导与大气折射较差修正的推导方法类似,即取每颗星像的光行差位移修正量与芯片相对中心的光行差位移修正量之差,作为对每颗星像的量度坐标需作的相对于芯片相对中心的光行差较差修正。

下面先分别推导子午方向和卯酉方向观测的周年光行差较差修正公式。

从大望远镜观测的周年光行差较差修正公式(4.61)和(4.62)看出,式中除了与周年光行差常数及奔赴点位置有关的贝塞耳日数 C, D 外,修正值仅与底片常数 a, b 及天体的赤道坐标 α, δ 有关,以量度坐标 (x, y) 为引数。对于子午方向和卯酉方向的观测,首先应推导出 a 和 b 的表达式,即能得到修正公式。在对量度坐标已作过量度坐标系两轴不垂直及两轴比例尺不相等的修正和 x 轴与子午面或卯酉面不垂直修正的条件下,由(4.9)和(4.10)式可以得到,通过被测天体的赤经圈在 CCD 图像上投影线与 x 轴之间夹角的余弦为 a ,该夹角的正弦为 b ,对于子午方向的观测,虽然在转轴前后被观测天体一般都是偏离于子午面,但这夹角很小,近似等于零,卯酉方向观测时,这一夹角接近于星位角 q 。

在子午方向转轴前观测,从图 5.14 中的窄直角球面三角形 $p\sigma\sigma'$ 看出, $\angle p\sigma\sigma'$ 为天体 σ 的赤经圈投影线与 y 轴之间的夹角,从而有:

$$\begin{cases} a = \cos(\angle p\sigma\sigma') = 1 - \frac{1}{2} d_i^2 \operatorname{tg}^2 \delta \\ b = \sin(\angle p\sigma\sigma') = d_i \operatorname{tg} \delta \end{cases} \quad (5.83)$$

由于在后面的公式中仅需要取到 d_i 的一次项,所以可以直接

由(5.67)式取 d_i 的平均值,分别得到芯片相对中心和天体像位置对子午面的偏离为:

$$d_0 = \frac{15}{2}(\Delta T + \Delta t)\cos\delta \quad (5.84)$$

$$d = d_0 + (x_0 - x)R_x$$

每颗星像相对于芯片相对中心的偏离量为 $(x_0 - x)R_x$ 和 $(y_0 - y)R_y$, 它们的赤道坐标可表示成:

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{(x_0 - x)R_x}{15\cos\delta} \quad (5.85)$$

$$\delta = \delta_0 - (y_0 - y)R_y$$

(5.85)式中的 α_0 和 δ_0 为芯片相对中心所对应的赤道坐标。将(5.83)~(5.85)代入(4.61)和(4.62)式,根据 CCD 视场的大小、 d 值的量级以及对赤纬大于 70° 的天区修正精度不低于 ± 0.001 象元的要求,取至 d 与 (x, y) 的乘积项和 (x, y) 的二次方项,则对芯片相对中心的量度坐标 (x_0, y_0) 应加的周年光行差修正为:

$$\begin{aligned} \Delta x_0 = & (C\sin\alpha_0 - D\cos\alpha_0)\sec\delta_0 x_0 \sin 1'' \\ & - [(C\cos\alpha_0 + D\sin\alpha_0)\operatorname{tg}\delta_0 \sin 1'' \\ & - d_0(C\operatorname{tg}\epsilon - C\operatorname{tg}\delta_0 \sin\alpha_0 + D\operatorname{tg}\delta_0 \cos\alpha_0)\sin\delta_0 \operatorname{tg}\delta_0 \sin^2 1''] y_0 \frac{R_y}{R_x} \\ & + \frac{1}{2}(C\cos\alpha_0 + D\sin\alpha_0)x_0^2 R_x \sin^2 1'' \\ & - (C\operatorname{tg}\epsilon - C\operatorname{tg}\delta_0 \sin\alpha_0 + D\operatorname{tg}\delta_0 \cos\alpha_0)\sin\delta_0 \operatorname{tg}\delta_0 x_0 y_0 R_y \sin^2 1'' \\ & - \frac{1}{2}(C\cos\alpha_0 + D\sin\alpha_0)y_0^2 \sin^2 1'' \frac{R_y^2}{R_x} \\ \Delta y_0 = & [(C\cos\alpha_0 + D\sin\alpha_0)\operatorname{tg}\delta_0 \sin 1'' \\ & - d_0(C\operatorname{tg}\epsilon - C\operatorname{tg}\delta_0 \sin\alpha_0 + D\operatorname{tg}\delta_0 \cos\alpha_0)\sin\delta_0 \operatorname{tg}\delta_0 \sin^2 1''] x_0 \frac{R_x}{R_y} \\ & + (C\operatorname{tg}\epsilon \operatorname{tg}\sigma_0 + C\sin\alpha_0 - D\cos\alpha_0)\cos\delta_0 y_0 \sin 1'' \\ & - \frac{1}{2}(C\operatorname{tg}\epsilon - C\operatorname{tg}\delta_0 \sin\alpha_0 + D\operatorname{tg}\delta_0 \cos\alpha_0)\sin\delta_0 \operatorname{tg}\delta_0 x_0^2 \sin^2 1'' \frac{R_x^2}{R_y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) x_0 y_0 R_x \sin^2 1'' \\
& + \frac{1}{2} (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \cos \delta_0 y_0^2 R_y \sin^2 1'' \\
& \qquad \qquad \qquad (5.86)
\end{aligned}$$

星像的量度坐标 (x, y) 应加的周年光行差修正为:

$$\begin{aligned}
\Delta x = & (C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \sec \delta_0 x \sin 1'' \\
& - [C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0] \operatorname{tg} \delta_0 \sin 1'' \\
& - d_0 (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \sin \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \sin^2 1'' \Big] y \frac{R_y}{R_x} \\
& + \frac{1}{2} (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) x^2 R_x \sin^2 1'' \\
& - (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \sin \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 x y R_y \sin^2 1'' \\
& - \frac{1}{2} (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) y^2 \frac{R_y^2}{R_x} \sin^2 1'' \\
& + (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \\
& \times \sin \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 (x_0 - x) y R_y \sin^2 1'' \\
& + (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \sec^2 \delta_0 (x_0 - x) x R_x \sin^2 1'' \\
& - (C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 x (y_0 - y) R_y \sin^2 1'' \\
& - (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \operatorname{tg}^3 \delta_0 (x_0 - x) y R_y \sin^2 1'' \\
& - (C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \sec^2 \delta_0 (y_0 - y) y \frac{R_y^2}{R_x} \sin^2 1'' \\
\Delta y = & [(C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0 \sin 1'' \\
& - d_0 (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \sin \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \sin^2 1''] x \frac{R_x}{R_y} \\
& + (C \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta_0 + C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \cos \delta_0 y \sin 1'' \\
& - \frac{1}{2} (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \sin \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 x^2 \frac{R_x^2}{R_y} \sin^2 1'' \\
& + (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) x y R_x \sin^2 1'' \\
& + \frac{1}{2} (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \cos \delta_0 y^2 R_y \sin^2 1''
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \cos \delta_0 (x_0 - x) x \frac{R_x^2}{R_y} \sin^2 1'' \\
& - (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \sec^2 \delta_0 (y_0 - y) R_x x \sin^2 1'' \\
& + (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) (x_0 - x) R_x y \sin^2 1'' \\
& - (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \cos \delta_0 (y_0 - y) y R_y \sin^2 1'' \\
& \quad (5.87)
\end{aligned}$$

取(5.87)式与(5.86)式之差,可得到对从 CCD 图像上直接读取的量子度坐标 (x, y) 应加的相对于芯片相对中心的周年光行差较差修正为:

$$\begin{aligned}
\delta x = & (C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \sec \delta_0 (x - x_0) \sin 1'' \\
& - [(C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0 \sin 1'' \\
& - \frac{15}{2} (\Delta T + \Delta t) (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 \\
& + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \sin^2 \delta_0 \sin^2 1''] (y - y_0) \frac{R_y}{R_x} \\
& + \frac{1}{2} (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) (x^2 - x_0^2) R_x \sin^2 1'' \\
& - (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \sin \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 (xy - x_0 y_0) R_y \sin^2 1'' \\
& - \frac{1}{2} (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) (y^2 - y_0^2) \frac{R_y^2}{R_x} \sin^2 1'' + L \\
\delta y = & [(C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0 \sin 1'' \\
& - \frac{15}{2} (\Delta T + \Delta t) (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 \\
& + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \sin^2 \delta_0 \sin^2 1''] (x - x_0) \frac{R_x}{R_y} \\
& + (C \operatorname{tg} \varepsilon \operatorname{tg} \delta_0 + C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \cos \delta_0 (y - y_0) \sin 1'' \\
& - \frac{1}{2} (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \sin \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 (x^2 - x_0^2) \frac{R_x^2}{R_y} \sin^2 1'' \\
& + (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) R_x (xy - x_0 y_0) \sin^2 1''
\end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \cos \delta_0 (\gamma^2 - \gamma_0^2) R_y \sin^2 l'' + J \quad (5.88)$$

(5.88)式中的 L, J 分别为:

$$\begin{aligned} L = & (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \sin \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 (x_0 - x) y R_y \sin^2 l'' \\ & + (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \sec^2 \delta_0 (x_0 - x) R_x x \sin^2 l'' \\ & - (C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \sec \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 x (y_0 - y) R_y \sin^2 l'' \\ & - (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \operatorname{tg}^3 \delta_0 (x_0 - x) y R_y \sin^2 l'' \\ & - (C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \sec^2 \delta_0 (y_0 - y) y \frac{R_y^2}{R_x} \sin^2 l'' \\ J = & (C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \cos \delta_0 (x_0 - x) x \frac{R_x^2}{R_y} \sin^2 l'' \\ & - (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \sec^2 \delta_0 (y_0 - y) x R_x \sin^2 l'' \\ & + (C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) (x_0 - x) R_x y \sin^2 l'' \\ & - (C \operatorname{tg} \varepsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \cos \delta_0 (y_0 - y) y R_y \sin^2 l'' \end{aligned}$$

对于赤纬小于 70° 的被观测小天区,只需要采用(5.88)的右边的前两项,就能达到所要求的修正精度。

至于对转轴后观测的 CCD 图像,只需用 (x', y') 代替(5.88)式中的 (x, y) , 并取其负值,即可得到转轴后的量度坐标应加的周年光行差修正。

在卯酉方向的观测,由于被观测天区的赤纬 δ 都小于纬度 φ ; 对于 $18' \times 18'$ 的 CCD 图像,周年光行差较差修正只要取到量度坐标 (x, y) 的一次项,因而在计算底片常数 a 和 b 时,不必考虑天体相对于卯酉圈的偏离量 d_i 的影响,仅需采用芯片相对中心处的天体通过卯酉圈时的底片常数;也不必考虑星像偏离芯片相对中心而引进的 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\delta$ 的影响,即对 CCD 图像所有星像均可采用芯片相对中心所对应的赤道坐标 $(\Delta\alpha_0, \Delta\delta_0)$ 。

从图 5.15 可以看出,卯酉方向观测时,通过天体的赤经圈在

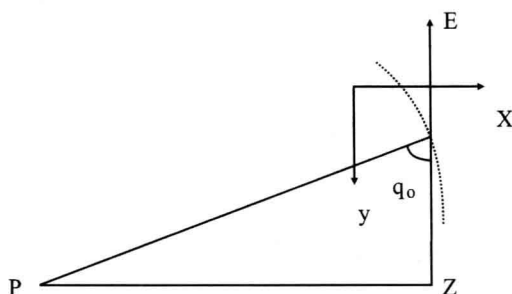


图 5.15 卯圈方向观测时的地球示意图

CCD 图像上的投影与 y 轴的夹角为该天体的星位角 q , 在这里, 取芯片相对中心过卯西圈时刻的星位角为 q_0 , 按照 a 和 b 的定义有:

$$\begin{aligned} a &= \cos q_0 = \operatorname{tg} \delta_0 \operatorname{tg} z_{ew} \\ b &= \sin q_0 = \cos \varphi_0 \sec \delta_0 \end{aligned} \quad (5.89)$$

将(5.89)代入(4.61)式和(4.62)式, 取至 (x, y) 的一次项, 并且以 $(x - x_0, y - y_0)$ 代替 (x, y) , 则可得到卯西方向转轴前观测所得到的星像量度坐标 (x, y) 应加的周年光行差较差修正为:

$$\begin{aligned} \delta x &= [(C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \sec \delta_0 \operatorname{tg}^2 \delta_0 \operatorname{tg}^2 z_{ew} \\ &\quad + (C \operatorname{tg} \epsilon \operatorname{tg} \delta_0 + C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \cos^2 \varphi_0 \sec \delta_0] (x - x_0) \sin 1'' \\ &\quad - [(C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0 - (C \operatorname{tg} \epsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 \\ &\quad + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \cos \varphi_0 \operatorname{tg}^2 \delta_0 \operatorname{tg} z_{ew}] (y - y_0) \frac{R_y}{R_x} \sin 1'' \\ \delta y &= [(C \cos \alpha_0 + D \sin \alpha_0) \operatorname{tg} \delta_0 - (C \operatorname{tg} \epsilon - C \operatorname{tg} \delta_0 \sin \alpha_0 \\ &\quad + D \operatorname{tg} \delta_0 \cos \alpha_0) \cos \varphi_0 \operatorname{tg}^2 \delta_0 \operatorname{tg} z_{ew}] (x - x_0) \frac{R_x}{R_y} \sin 1'' \\ &\quad + [(C \sin \alpha_0 - D \cos \alpha_0) \sec^2 \delta_0 \cos^2 \varphi_0 + (C \operatorname{tg} \epsilon \operatorname{tg} \delta_0 + C \sin \alpha_0 \\ &\quad - D \cos \alpha_0) \sin \delta_0 \operatorname{tg} \delta_0 \operatorname{tg}^2 z_{ew}] (y - y_0) \sin 1'' \end{aligned} \quad (5.90)$$

至于转轴后观测得到的星像量度坐标 (x', y') 应加的周年光

行差较差修正,可以用 $(x_0 - x', y_0 - y')$ 代替(5.90)式中的 $(x - x_0, y - y_0)$ 来得到。

周日光行差的奔赴点是观测者的东点,引起的天体位移量与相应天体的赤纬及观测时刻的时角有关。由于周日光行差常数 k 比周年光行差常数约小两个数量级,对于 $18' \times 18'$ 的 CCD 视场,只有子午方向观测的赤纬大于 67° 的天区,才有 0.001 象元量级的较差修正。对转轴前观测所得到的量度坐标应加的周日光行差较差修正为:

$$\begin{aligned}\delta x &= -k \operatorname{tg} \delta_0 (y - y_0) \frac{R_y}{R_x} \sin 1'' \\ \delta y &= k \operatorname{tg} \delta_0 (x - x_0) \frac{R_x}{R_y} \sin 1''\end{aligned}\quad (5.91)$$

用 $(x_0 - x', y_0 - y')$ 代换(5.91)式中的 $(x - x_0, y - y_0)$,就可得到转轴后观测中相应的量度坐标应加的周日光行差较差修正。至于卯西方向的观测,由于被观测天区的赤纬较小,不必考虑作周日光行差的较差修正。

5.3.5 方位差和水平差较差修正

对星过记录时刻和天顶距测定值作仪器方位差和水平差修正时,往往把 CCD 图像上全部星像所受的影响当作是一样的,仅用对芯片相对中心的修正推广为对同一幅 CCD 图像上的所有星像的修正。这种处理方法只是考虑到由方位差和水平差引起的芯片随望远镜指向而变化的平移部分;实际上,仪器的方位差和左右方向的水平差分量还会引起芯片相对于天球投影图像的微小旋转,使得量度坐标系的 y 轴不平行于子午面或卯西面,从而影响了星像的量度坐标。为此,必须相对于芯片相对中心作方位差和水平差的较差修正。由于仪器的水平差沿天顶距的分量不会引起量度坐标系的旋转,因此不必对其进行较差修正。

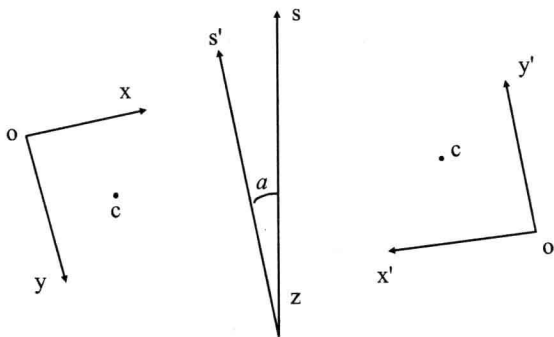


图 5.16 方位差引起量度坐标系的旋转

如图 5.16 所示, ZS 和 ZS' 分别是子午线方向和仪器的子午指向; 它们的交角 a 就是仪器的方位差, 若水平轴西端偏南, 则取为正; y 轴平行于仪器的子午方向, C 为芯片相对中心, 它的量度坐标为 (x_0, y_0) 。

若 $a > 0$, 当 $(y - y_0) > 0$ 时, 则 x 值由于受方位差的影响而变小; 当 $(y - y_0) < 0$ 时, 则 x 值因受较差影响而变大; 同理, 当 $(x - x_0) > 0$ 时, y 值将变大, 当 $(x - x_0) < 0$ 时, 则 y 值会变小。转轴后也有同样的影响, 所以对量度坐标 (x, y) 应加的方位差的较差修正为:

$$\begin{aligned}\delta x_a &= a(y - y_0) \sin 1'' \frac{R_y}{R_x} \\ \delta y_a &= -a(x - x_0) \sin 1'' \frac{R_x}{R_y}\end{aligned}\quad (5.92)$$

对转轴后的情况, 可用 (x', y') 代替 (x, y) 得到类似的公式。

仪器在左右方向的水平差 b 对量度坐标的较差影响与方位差 a 的较差影响类似, 当 $b > 0$ 时, 天顶以北的观测, 量度坐标系的旋转方向与 $a > 0$ 时的情况相同; 对于天顶以南的情况则刚好相反, 从而对量度坐标 (x, y) 应加的水平差较差修正为:

$$\begin{aligned}\delta x_b &= -b \sin(\varphi_0 - \delta_0)(y - y_0) \sin 1'' \frac{R_y}{R_x} \\ \delta y_b &= b \sin(\varphi_0 - \delta_0)(x - x_0) \sin 1'' \frac{R_x}{R_y}\end{aligned}\quad (5.93)$$

转轴后,也有类似于(5.93)的公式。(5.92)和(5.93)中的 a 和 b 均以角秒为单位。这两个修正公式适用于子午方向单幅 CCD 图像内,包括非重叠区在内的量度坐标的较差修正;对于重叠区,考虑到这种修正值不大,可将转轴前后合并,并把(5.92)和(5.93)两式组合在一起,就变为对测定值 $\frac{1}{2}(x - x')$ 和 $\frac{1}{2}(y - y')$ 的修正公式(可以看作是対星过时刻和天顶距测定值作方位差和水平差修正的二次项表达式):

$$\begin{aligned}\delta\left[\frac{1}{2}(x' - x)\right]_m &= \frac{1}{2}[a - b \sin(\varphi_0 - \delta_0)](y' - y) \sin 1'' \frac{R_y}{R_x} \\ \delta\left[\frac{1}{2}(y' - y)\right]_m &= -\frac{1}{2}[a - b \sin(\varphi_0 - \delta_0)](x' - x) \sin 1'' \frac{R_x}{R_y}\end{aligned}\quad (5.94)$$

对卯酉方向的观测,考虑到定位系统的分度误差引起的仪器子午方向与卯酉方向不垂直,所以应以 $(a + \Delta\theta)$ 替换(5.92)式中的 a ,仪器的午圈方向和卯圈方向之间的夹角为 $90 + \Delta\theta$,它在为检测仪器放置误差而预先测定仪器有关参数时,连同其它参量一起测出。与(5.94)式对应,卯酉方向观测时,对量度坐标的较差修正公式为:

$$\begin{aligned}\delta\left[\frac{1}{2}(x' - x)\right]_{ew} &= \frac{1}{2}(a + \Delta\theta - b_{ew} \sin z_{ew})(y' - y) \sin 1'' \frac{R_y}{R_x} \\ \delta\left[\frac{1}{2}(y' - y)\right]_{ew} &= -\frac{1}{2}((a + \Delta\theta - b_{ew} \sin z_{ew}))(x' - x) \sin 1'' \frac{R_x}{R_y}\end{aligned}\quad (5.95)$$

如果为了测定仪器参量的需要,例如测定 CCD 芯片的制造误

差和安装误差,可以把(5.95)式拆成类似于(5.92)和(5.93)的表达式,分别予以修正。

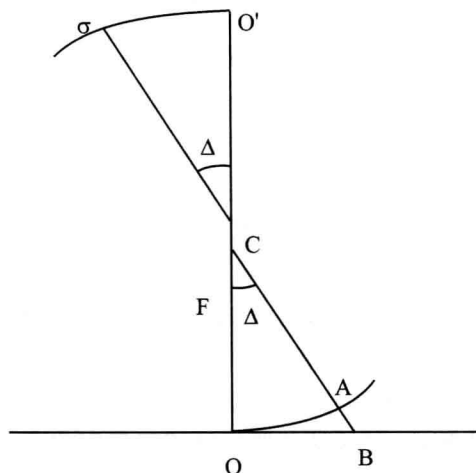


图 5.17 天球投影像的位置

5.3.6 投影修正和光心偏差的测定及修正

CCD 芯片是平面接收器,在望远镜的焦平面上跟踪星像作露光成像,取得的 CCD 图像是被观测的小天区球面图形在平面上的投影,使得星像的线距离,在换算为角距时,有一种随着与望远镜视场中央的距离而变化的系统差,考虑到子午环观测不像大望远镜观测那样,在量度坐标与赤道坐标之间用理想坐标作为过渡,而是直接换算,也就没有进行将天球的球面坐标投影到心射切面上成平面直角坐标的这一步换算,所以必须作投影修正,才能得到与天球之间在天球上的角距相对应的测量结果。如图 5.17 所示,设在露光平均时刻(由于这种修正值较小,只需要在露光平均时刻取值,就能达到所要求的精度)天体 σ 与望远镜光轴的延长线在天球

上的交点 O' 之间的角距为 Δ , 它在以望远镜焦距 F 为半径的球形焦面上成像于 A 点, 在 CCD 芯片上成像于 B 点, 线距离 OB 为 $F \tan \Delta$, 对从 CCD 图像上 B 点读取的量度坐标应作的投影修正为:

$$\overline{OB} - \hat{OA} = F(\tan \Delta - \Delta) = \frac{1}{3} F \Delta^3 \quad (5.96)$$

光心真位置 O 与望远镜的视场中央位置的偏离量, 就是光心偏差, 其大小可达角分量级。由于每次观测时, 芯片的预置位置和天顶距指向都是相对于望远镜视场中央位置而言的, 因而, 每幅 CCD 图像都受到这种光心偏差的影响; 另外, 每次观测时, 芯片预置位置和天顶距指向均存在误差, 使得芯片相对中心与它的几何中心的位置有所不同, 不过, 由露光时间 Δt 和转轴时间 ΔT 可以得到露光平均时刻的芯片相对中心与视场垂直中线之间的距离, 在 Δt 和 ΔT 的取值相对固定的情况下, 芯片预置位置的误差对光心偏差不产生影响, 仅转轴前后望远镜天顶距指向的放置误差的差异对光心偏差有角秒量级的影响, 所以, 从光心偏差的角分量级的精度要求来看, 低纬子午环的光心偏差可以看成为常数。若光心偏差为 $(\Delta A, \Delta D)$, 以角秒为单位, 则星像相对于光心真位置在量度坐标的 x 轴方向和 y 轴方向的偏角分量分别为:

$$\begin{aligned} \Delta x &= (x_0 - x) R_x - \Delta A + d \\ \Delta y &= (y_0 - y) R_y + \Delta D \end{aligned} \quad (5.97)$$

在 (5.97) 式中, (x_0, y_0) 为芯片相对中心的量度坐标, d 为该中心到望远镜视场垂直中线的角距, 对于子午方向和卯酉方向的观测, d 可以分别表示为:

$$\begin{aligned} d_m &= \frac{15}{2} (\Delta T + \Delta t) \cos \delta \\ d_{ew} &= \frac{15}{2} (\Delta T + \Delta t) \sin \varphi \sin z_{ew} \end{aligned}$$

把 $\Delta = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$ 代入 (5.96) 式, 并分别取分量 $\frac{\Delta x}{\Delta}$ 和 $\frac{\Delta y}{\Delta}$, 则对

于某颗星的量度坐标 (x, y) 应加的投影改正为:

$$\begin{aligned}\delta x &= \frac{1}{3R_x} [(x_0 - x)R_x + d - \Delta A]^3 \sin^2 1'' \\ &\quad + \frac{1}{3R_x} [(x_0 - x)R_x + d - \Delta A][(y_0 - y)R_y + \Delta D]^2 \sin^2 1'' \\ \delta y &= \frac{1}{3R_y} [(x_0 - x)R_x + d - \Delta A]^2 [(y_0 - y)R_y + \Delta D] \sin^2 1'' \\ &\quad + \frac{1}{3R_y} [(y_0 - y)R_y + \Delta D]^3 \sin^2 1''\end{aligned}\quad (5.98)$$

一架仪器的光心偏差往往是未知的,必须将其预先测定出来,并代入(5.98)式,才能得到对量度坐标的投影修正。考虑到在 CCD 图像上,星像所处的位置不同,相应地,对量度坐标的投影修正也不一样,利用 5.3.2 中测定比例尺 R_x 的第二种方法的观测,选取在两个相邻夜晚对同一星对的观测,它们满足条件:在 x 方向相差 $5' \sim 7'$, y 方向相差尽可能大,再利用(5.98)的第一等式,可以得到:

$$\begin{aligned}(x_2 - x_1)_2 - (x_2 - x_1)_1 - \delta x(\alpha) \\ = (\delta x_2 - \delta x_1)_1 - (\delta x_2 - \delta x_1)_2 \\ = a_1 + a_2 \Delta A + a_3 \Delta D + a_4 \Delta A^2 + a_5 \Delta D + a_6 \Delta A \Delta D\end{aligned}\quad (5.99)$$

利用 5.3.2 节中测定比例尺 R_y 的观测,选取相邻两夜观测到的,并在 y 方向相差 $5' \sim 7'$, x 方向相差尽可能大的同一星对,利用(5.98)式第二等式,可得到:

$$\begin{aligned}(y_2 - y_1)_2 - (y_2 - y_1)_1 - \delta y(\delta) \\ = (\delta y_2 - \delta y_1)_1 - (\delta y_2 - \delta y_1)_2 \\ = b_1 + b_2 \Delta A + b_3 \Delta D + b_4 \Delta A^2 + b_5 \Delta D^2 + b_6 \Delta A \Delta D\end{aligned}\quad (5.100)$$

式中的 $\delta x(\alpha)$, $\delta y(\delta)$ 是在 24 小时内,星对中两颗星位置差异所引起的位置变化不一致的影响,可用贝塞耳日数和恒星常数来计算。考虑到在测定 R_x 的两个相邻夜晚里,对 x 方向错开约 $10'$ 的两个小天区进行观测时,天顶距的指向和芯片相对中心的量

度坐标 (x_0, y_0) 在角秒量级内是各自相同的,在测定 R_y 的相邻两夜里,对 y 方向错开约 $10'$ 的两个小天区进行观测时, (x_0, y_0) 和 d 也可以看作是各自相同的,对(5.98)式进行展开后可以看出: a_i 和 b_i 的各自表达式中,各项的量值之间相差达几个数量级,当忽略各自的小量项后,可列出 a_i 和 b_i 的表达式为:

$$a_1 = \frac{1}{3} \sin^2 1'' [x_2^3 - x_1^3]_2 R_x^2 - (x_2^3 - x_1^3)_1 R_x^2 \\ - (x_0 R_x + d)_2 (x_2^2 - x_1^2)_2 R_x + (x_0 R_x + d)_1 (x_2^2 - x_1^2)_1 R_x \\ + (x_2 y_2^2 - x_1 y_1^2)_2 R_y^2 - (x_2 y_2^2 - x_1 y_1^2)_1 R_y^2]$$

$$a_2 = \sin^2 1'' [x_2^2 - x_1^2]_1 - (x_2^2 - x_1^2)_2 R_x$$

$$a_3 = \frac{2}{3} \sin^2 1'' [(x_2 y_2 - x_1 y_1)_1 R_y - (x_2 y_2 - x_1 y_1)_2 R_y]$$

$$a_4 = \sin^2 1'' [(x_2 - x_1)_2 - (x_2 - x_1)_1] = 3a_5$$

$$a_6 = \frac{2}{3} \sin^2 1'' [(y_2 - y_1)_1 - (y_2 - y_1)_2] \frac{R_y}{R_x}$$

$$b_1 = \frac{1}{3} \sin^2 1'' [y_2^3 - y_1^3]_2 R_y^2 - (y_2^3 - y_1^3)_1 R_y^2 \\ - y_0 (y_2^2 - y_1^2)_2 R_y^2 + y_0 (y_2^2 - y_1^2)_1 R_y^2 \\ + (x_2^2 y_2 - x_1^2 y_1)_2 R_x^2 - (x_2^2 y_2 - x_1^2 y_1)_1 R_x^2$$

$$- \frac{2}{3} (x_0 R_x + d)_2 (x_2 y_2 - x_1 y_1)_2 R_x$$

$$+ \frac{2}{3} (x_0 R_x + d)_1 (x_2 y_2 - x_1 y_1)_1 R_x]$$

$$b_2 = \frac{2}{3} \sin^2 1'' [(x_2 y_2 - x_1 y_1)_2 - (x_2 y_2 - x_1 y_1)_1] R_x$$

$$b_3 = \sin^2 1'' [(y_2^2 - y_1^2)_1 - (y_2^2 - y_1^2)_2] R_y$$

$$b_4 = \frac{1}{3} \sin^2 1'' [(y_2 - y_1)_2 - (y_2 - y_1)_1] = b_5$$

$$b_6 = - \frac{2}{3} \sin^2 1'' [(x_2 - x_1)_2 - (x_2 - x_1)_1] \frac{R_x}{R_y}$$

从以上 a_i 和 b_i 的表达式可以看出:对错开约 $10'$ 的两幅 $18' \times 18'$ 的 CCD 图像, a_4, a_5 和 a_6 比 a_2 或 a_3 约小 $5 \sim 6$ 个数量级, b_4, b_5 和 b_6 也比 b_2 或 b_3 约小 $5 \sim 6$ 个数量级, 而 $\Delta A^2, \Delta D^2$ 或 $\Delta A \Delta D$ 仅比 ΔA 或 ΔD 仅约大两个数量级, 因而, 在 (5.99) 和 (5.100) 式中可将含 $\Delta A^2, \Delta D^2$ 或 $\Delta A \Delta D$ 的各项均略去, 这样可得到:

$$\begin{aligned}(x_2 - x_1)_2 - (x_2 - x_1)_1 - \delta x(\alpha) &= a_1 + a_2 \Delta A + a_3 \Delta D \\ (y_2 - y_1)_2 - (y_2 - y_1)_1 - \delta y(\delta) &= b_1 + b_2 \Delta A + b_3 \Delta D\end{aligned}\quad (5.101)$$

可见, 利用 5.3.2 节中测定 R_x 的第二种方法的观测, 或为测定 R_y 而进行的观测, 可求出光心偏差 $(\Delta A, \Delta D)$, 把它代入 (5.98) 式, 就能得到对每幅 CCD 图像上各个天体像的量度坐标同时进行的投影修正和光心偏差修正。

5.3.7 视场中所有天体位置的同时绝对测定

上述的各种较差修正和误差修正, 由于修正量都比较小, 不必考虑二次项和交叉项的影响, 因而, 也不必考虑修正顺序, 但是测定各种误差和参量时, 需要考虑处理的顺序。在测定量度坐标系两轴不垂直和两轴比例尺比值之前, 应先作大气折射、光行差、方位差和水平差的较差修正, 以及投影修正和光心偏差修正, 当这些偏差较大时, 还需要采用逐步逼近的方法, 重复进行一次处理, 然后再测定 x 轴与视场垂直中线不垂直的偏量, 在这些测定和修正的过程中, 都采用比例尺的初值, 最后再测定比例尺。

对直接从 CCD 图像上读取的量度坐标 (x, y) 作了上述各种较差修正和误差修正, 并且用准确的比例尺换算后, 所得的各星像之间的相对位置, 就反映了这些天体在天球上相对位置的真实情况, 将这样的量度坐标代入 (5.6) 和 (5.7) 式, 就能同时得到 CCD 图像上与所有星像对应的天体中天的记录时刻和天顶距测定值, 它们的精度相同, 即都受到同样的仪器误差修正值残差的影响, 所不同

的仅是随机的约 $\pm 0.01'' \sim 0.02''$ 的量度坐标的测量误差影响。卯酉方向的观测所得到的量度坐标,作了同样的修正后代入(5.10)和(5.11)式,也能得到等精度的结果,分别与相对应的天体在子午方向的观测结果组合,都能用于测定仪器的方位差、瞬时纬度和瞬时大气折射值,同一小天区一次测定的结果受到的仪器误差修正值残差的影响相同,取其平均,只能压缩量度坐标测量误差的影响。用这样的观测结果来测定同一小天区内天体之间的相对位置及其变化,特别是恒星相对河外天体的位置及其变化,不受仪器误差修正值残差和大气因素引起的系统误差的影响,受大气团漂移和大气抖动等随机误差的影响也甚微,所以,低纬子午环配备 CCD 测微器后,能很好地把大角度的绝对天体测量与小角度的相对天体测量密切结合起来,在绝对测定恒星、河外天体和小行星的位置的同时,还能高精度地测定恒星的绝对自行和绝对视差。在天体位置绝对测定中,由于采用了多种自准直方法和其他新方法来测定仪器误差,各项仪器误差的测定和修正值的精度都与 CCD 图像的测量精度相匹配,还克服了仪器重力变形和热变形的影响,妨碍天体位置绝对测定精度提高的主要因素,只是随机的大气反常折射,所以选择大气宁静度较好的地点放置这种仪器,特别是寻找合适的方法,在较大程度上克服大气反常折射的影响,已成为地面天体测量的迫切任务。

由于观测处理中,对芯片相对中心与几何中心之间的位置偏差没有严格的要求,以致对芯片预置位置 and 天顶距指向的放置精度要求都是很低的,当芯片预置位置误差达 $10''$ 时,仅使转轴前后观测所得的 CCD 图像各在左右方向有一边存在 $10''$ 宽的非重叠区,同样地,当转轴前后的天顶距指向相差 $10''$ 时,也仅使两幅图像的上下方向各有一个 $10''$ 宽的非重叠区,这些都不影响预期的观测结果,只是希望把需要特别注意观测的天体,例如河外天体,尽可能地放在芯片相对中心附近,如果在被观测的小天区内有几颗必

须观测的天体,则预置望远镜指向和预定启动跟踪时刻时,应尽可能把这些天体都包括在两幅 CCD 图像的重叠区之内。

参考文献

- 1 European Space Agency, The Hipparcos Mission , Vol. 1989, 1
- 2 E.Hog, et. al., Proc. of IAU Symp.No.156, 1993, 31
- 3 E.Hog, et. al., Proc. of IAU Symp.No.156, 1993, 37
- 4 V.V.Podobed. Fundamental Astrometry (Russian). Moscow, 1962
- 5 E.Hog. Astron.Astrophys., Vol.19, No.1, 1972
- 6 Y.Requieme. Astron.Astrophys., Vol.23, No.2, 1973
- 7 M.S.Zverev. Fundamental Astrometry, U.S.Dept. of Commerce, office of Technical Services, 1963
- 8 R.C.Stone. Proc. of IAU Symp.No.141,
- 9 R.C.Stone., et. al., Proc. of IAU Symp.No.156, 1993
- 10 M.Miyamoto. IAU Report on Astronomy, Vol.xxIA, 1991, 29

6 CCD 的应用将促进学科发展

从前面几章的论述看出,采用适合于星像定位测量的数字星像处理方法,合适的观测方法和相应的误差理论,可以对 CCD 图像上的星像,包括光度分布不规则的天体像,进行高精度的定位测量,能以相应的精度要求把天体像的量度坐标换算为它们在天球上的几何坐标,还能对天体位置作绝对测定,以这样的方式和要求把 CCD 应用于天体测量领域,除了能以较大的幅度提高测量精度、观测效率和观测星等以外,更重要的是能对河外天体的光学位置作绝对测定,这是地面光学天体测量的观测能力的一个飞跃。把配备 CCD 的子午环对天体位置的绝对测定与天体照相机或大望远镜 CCD 的相对测量配合起来,特别是把同一架子午环上的大角度天体位置绝对测定与小角度相对测量密切结合起来,将能提供更有用的观测资料,开拓天体测量数据的应用范围,促进天体测量学及有关学科的发展。利用这样的观测资料,能直接建立起一个实用的准惯性的天球参考架,它与基本星表所体现的天球参考架在本质上是不同的,与此同时,能提供大量恒星的绝对自行和三角视差的精确测定值,用于研究银河系的结构和运动,以及与天体物理有关的问题。本章将概述性地展望一下 CCD 应用于天体测量领域后,在这些方面的潜力。

6.1 实用的准惯性天球参考架的建立

一些地面光学的测量和分析,太阳系天体的测量和研究、乃至银河系运动学和动力学研究,都需要一个实用的光学的准惯性天球参考架;它应是无畸变的,定标点的位置和运动参数,不含有随着天区和时间而变化的系统误差,其星等跨度应能满足多种测量的需要,即含有从亮星到尽可能暗的天体。用配备了 CCD 测微器的低纬子午环观测,再适当地配合大望远镜上的 CCD 相对测量,可以为建立这种天球参考架提供所需要的各种观测数据,满足 5.1.1 节中提出的三个要求。

建立这种天球参考架的最基本的要求是:能建立一个准惯性的框架。遥远的河外天体是最适合的定标点,因为它们自行可以被忽略。低纬子午环配备 CCD 测微器后,能对暗达 $17^m.5$ 天体的图像,包括有视面的,甚至光度分布不规则的河外星系的像,绝对测定其光度重心,从而获得建立一个准惯性框架所需要的河外天体,包括亮于 $17^m.5$ 的河外射电源光学对应体光学位置的绝对测定数据。由于在这种仪器的各种误差的测定值和修正值中,消除了测量设备的零点偏差及其变化的影响,它还能绝对测定大气折射和大气等密度层倾斜影响量,采用实测的大气折射表,并且修正了大气等密度层倾斜的影响后,在观测数据中就不会含有由仪器和大气因素引起的系统误差,用这样的观测数据建立的框架不存在随天区而变化的畸变。暗达 $17^m.5$ 的河外天体多达几十万颗的量级,因而有足够的对象可以选用观测,而且随着时间的推移,观测资料的积累,框架中定标点的数目会逐步增多,每一定标点位置精度也会愈来愈高。

一个实用的光学天球参考架,仅有这些河外天体作为定标点是很远远不够的,特别是亮于 13^m 的、可作为定标点的河外天体很

少,必须充实大量的恒星。低纬子午环配备 CCD 测微器后,每次观测都能同时对 $18' \times 18'$ 天区内所有亮于 $17^m.5$ 的天体作绝对测定,每一小天区内有几百颗恒星,这样就能在为建立准惯性框架而观测河外天体的同时,获得了数量大两个多数量级的大量恒星位置的绝对测定值,用于充实这一框架,星等跨度为从亮星到 $17^m.5$ 的星。框架中充实了恒星以后,必须有这些恒星的高精度的自行,才能维持这一框架。若企图满足这一框架具有“准惯性特性”的要求,在编制观测纲要时,应尽可能地做到在每个被观测的小天区内,至少有一颗合适的河外天体,通过两个历元的观测,测定小天区内所有恒星相对于河外天体的位置变化,就能得到这些恒星的绝对自行。这种自行的测定是小角度相对测量结果,仪器误差和大气因素的影响较小,如果在 CCD 图像上天体像单次定位测量的精度为 $\pm 0.01'' \sim 0.02''$,则在相距 10 年的两个历元,各观测 10 ~ 15 次,绝对自行的测定精度可优于 $\pm 1\text{mas/年}$ 。相应地,通过这么多次的观测,框架中每个定标点的位置精度也可达 $\pm 0.02''$ 。这种位置和自行测定也随着时间的推移和资料的积累,精度会愈来愈高,更重要的是这种自行的测定结果不含有系统误差,能很好地维持这一用大量恒星充实了的框架,不会随着时间的推移而发生畸变。

一架仪器的观测只能在局部天区建立一个框架,对于云南天文台而言,若以观测的最大天顶距为 65° 来计算,这一框架将覆盖赤纬 -40° 以北的天区,占全天球的 82%。如果在南半球也放置一架同样的仪器进行平行的观测,则能建立一个覆盖全天的准惯性天球参考架。

河外天体在天球上的分布是不均匀的,在银道两边 $\pm 20^\circ$ 范围内有一条不规则的隐带,由于星际物质对河外天体光波辐射的吸收,能观测到的河外天体很稀少;另外,尽管 CCD 测微器每次能测定一个小天区内所有亮于极度限星等的天体位置,但是这样观测的小天区是不连续的,而且被观测天区所占的比例相当小,即使在

全天观测一万个 $18' \times 18'$ 的小天区,平均 4 平方度才有一个作为定标点的小天区,被观测天区的总面积仅为 900 平方度,约占全天球的 2%,这样的天球参考架,虽然比用基本星表体现的天球参考架的定标点的密度高得多,但在实用中仍然不方便。克服这两种因素影响的途径是:与天体照相机或大望远镜上的 CCD 相对测量配合起来,填补子午环观测的空白区。对于银道的隐带,在子午环观测到分布密度与其他天区差不多相同的一些小天区的基础上,采用 4.3.2 节所述的 CCD 底片重叠法观测,测定这些小天区恒星的绝对自行。为了观测各小天区之间的天体,最好采用其焦距与低纬子午环差不多的天体照相机,如同扫描式子午望远镜那样,每夜在子午方向一个固定的天顶距用 CCD 作扫描式观测,以已被或将被子午环观测的小天区的天体为参考星,作相对测量,以期得到全天的所有亮于这种扫描式望远镜观测极限星等的天体的位置。如果再利用地面观测的费用低、易于多分布观测点等优点,可用多架仪器同时观测,以便提高这些天体的位置和自行的测定精度。

以一个天球参考架所代表的天球参考系为基准,来测量地面点的位置和运动,以及地球的旋转和空间运动,或反过来,在一个跟随着地球作旋转和空间运动的地面点,测量天体的位置,建立天球参考架,都是与地球在空间的位置,以及地球旋转轴的空间指向相联系着的,所参考的或要建立的参考系也应与地球的空间位置和旋转轴的空间指向有关,在各种天球坐标系中,这方面关系最密切的是赤道坐标系,以致通过观测河外天体而建立起来的准惯性天球参考架应能直接代表赤道坐标系。这就要求给出这个框架与赤道坐标系一致的坐标轴指向以及这种指向在框架中的运动速度,即测定出春分点和赤道面在框架中的位置以及岁差和章动常数,或者在现有天球参考架和岁差、章动常数采用值的基础上,测定分点改正和赤道位置改正,以及岁差和章动常数改正。

分点和赤道位置改正都是通过太阳系天体的测量来测定的,常用的观测对象有:太阳、月亮、大行星和几颗较亮的小行星。在历史上,太阳的观测资料被采用得最多,也认为是最可靠的。从观测和处理的难易程度来看,小行星是最理想的观测对象,它的直径小,呈恒星状的点像,在天球上运动较快,而且都在夜间与恒星一起进行观测,误差来源少,但过去利用小行星观测资料求解的分点改正和赤道位置改正结果都不够理想。这主要是受了观测条件的限制。用于子午环观测,可供选用的小行星不多,只有在冲的附近,才能达到可观测的亮度,又因为能作天体位置绝对测定的子午环,多数位于北半球纬度较高的地区,观测小行星时天顶距都比较大,而且采用不完全适应于观测站附近地理环境的大气折射表,一些仪器误差,特别是镜筒弯曲效应不能精确地修正,使得观测数据本身的精度不高,加上被观测的弧段在小行星运行轨道上分布不均匀,绝大部分的观测都集中在天赤道以北区段;利用小行星照相观测,可以观测到运行轨道上较长的弧段,若安排得好,在几年内就能获得在全轨道上分布比较均匀的观测,但其观测精度受到参考星表精度的限制,特别是参考星位置随天区而变化的系统误差的影响。

低纬子午环配备 CCD 以后,可以在观测小行星方面发挥重要作用。它能对亮于 17.5^m 的天体的位置作绝对测定,在现有已经编号和具有轨道根数初值的几千颗小行星中,绝大多数都可以作为观测的选用对象,而且能在冲两边直到距离东、西方照不远的弧段内,对其位置作绝对测定,它能在低纬度地区,包括赤道地区使用,除了极个别轨道倾角很大的以外,都处于它的可观测的天区内,加之这种仪器将通过对大气折射值的绝对测定,编制出适合于观测站附近地理环境的实测的大气折射表供使用,仪器的各种误差,特别是镜筒弯曲效应都能精确地测定和修正,使得整个观测天区内的观测数据不含有随着天区和随时间而变化的系统误差,以

致通过约 10 年的观测,它能提供可靠的全轨道上均匀分布的观测数据。考虑到小行星在天球上运动比较快,不能像恒星观测那样,通过一段时期内的多次观测取平均,来压缩各种偶然误差,特别是随机的大气反常折射的影响,这里应当利用这一仪器系统的另一重要特性,即能将受仪器剩余误差和大气反常折射影响的大角度绝对测定与精度达 $\pm 0.02''$ 左右的小角度相对测量密切结合起来的作用。可以拟定这样的观测方案:在为建立准惯性框架而观测河外天体和恒星的同时,把选定的小行星安插在中间观测,经约 10 年的观测后,建立起每一定标点位置精度为 $\pm 0.02'' \sim 0.03''$ 的框架,再在这一框架中,通过小行星每次观测获得的相对于这些定标点的相对位置,得到小行星的每次观测的位置测定值,精度可达 $\pm 0.03''$,从而,大幅度地提高了小行星位置的单次测定精度。用这样的观测数据来求解分点改正和赤道位置改正以及被测小行星的轨道根数改正,其精度是相当高的。对小行星的观测,其目的不仅是为了求解参考架指向的改正,还在于为太阳系动力学研究提供最基本的观测数据,尤其是对一些运行轨道比较特殊的小行星的观测。由于低纬子午环的 CCD 视场为 $18' \times 18'$,如果再考虑到一定的赤纬范围内,转轴前后观测的非重叠区,视场还更宽,从而,小行星的观测不需要另外占用子午环的观测时间,只需要在观测河外天体和恒星的同时,在 CCD 视场作顺带的观测,对一些特殊情况或轨道比较特殊的小行星的一些观测要求,可以借助于天体照相机或大望远镜的 CCD 测量,相对于框架中的定标点测定它们的位置,所以应当挑选尽可能多的小行星作为低纬子午环的观测对象,包括一些运行轨道比较特殊的小行星,并且在编制观测纲要时,尽量考虑到能观测它们的可能性。

仅利用低纬子午环对河外天体和恒星的观测,也能确定天赤道在其所建立的框架中的位置,这是它的观测原理和测定仪器误差的方法所决定的。传统子午环通过对拱极星上、下中天的观测

来测定观测点的纬度,作为绝对测定天体赤纬的必要参数,由于对这种观测条件要求太苛刻,一年内只能获得数量相当少的纬度测定值,不足以绘制出满足精度要求的瞬时纬度变化曲线,只能在地极移动仅含有严格的周年项和 1.2 年项,以及所取得的纬度测定值随时间呈均匀分布的假设下,取六年中纬度测定值的平均值,来求得平纬采用值的改正值,至于纬度变化曲线,则由极移服务系统提供的地极坐标计算得到,或者利用天顶仪对已知恒星的观测来测定出。严格地说,用六年的纬度测定值计算平纬改正值的假设仅是近似的,不可避免地在改正过的平纬采用值中含有误差,这是一种系统误差;而在当时,极移服务系统计算地极坐标所依赖的观测数据都不能脱离所采用的星表系统,每次更换观测纲要都会引起平极移动方向和速度的变化,就是一个明显的例证,而且仅采用地极坐标计算纬度变化,不包含纬度的非极性变化,不能满足绝对测定恒星赤纬的要求;用天顶仪测定的纬度变化,虽然含有纬度的非极性变化和极性变化成分,但不能脱离所采用的星表系统,以致传统子午环赖以绝对测定的纬度变化曲线,不是绝对测定得到的,使得赤纬的测定不是真正的绝对测定,加上所采用的大气折射表的误差以及较大的镜筒弯曲效应修正残差的影响,使得用传统子午环观测恒星所得到数据不能可靠地确定天赤道的位置。低纬子午环通过对同一颗星在子午方向和卯酉方向交替观测所测定的瞬时纬度,不受制于观测星已有的位置,是真正的绝对测定,每夜可以获得几个测定值,这样得到的纬度变化曲线包括了纬度的极性变化和非极性变化成分,不包含这些方面的系统误差,满足绝对测定天体赤纬的要求,加上如前所述的,在其观测数据中不含有由仪器和大气因素引起的系统误差,所以直接利用它的观测所得的河外天体和恒星的赤纬,就能确定天赤道的位置。将这样得到的天赤道位置,与用小行星观测求解出的赤道位置改正作比较,或者说对小行星在这一仪器系统中以及在它的观测所建立的框架中观测

所求解的赤道位置改正作分析,将能促进这种仪器系统的误差理论的完善和发展。

在一个准惯性框架中作为定标点的恒星的绝对自行高精度地测定,仅是维持这一框架的必要手段,而要维持一个能代表赤道坐标系的准惯性参考架,使它能长期方便地作为赤道坐标系的体现,为地面的测量和分析、为太阳系天体运动的测量和研究、以及对银河系运动学和动力学研究提供一个参考依据,给出岁差和章动常数的高精度测定值,是一个必不可少的条件。测定岁差和章动常数,或其采用值的改正值,只有在能对河外天体作绝对定位测定后,才能获得可靠的结果。在编制和改善一系列的基本星表时,都是通过对恒星自行的统计分析来得到岁差常数改正值的,这是一种统计的结果,取用的样本不同,所得的结果也有所不同,编制 FK5 星表时,选用了 512 颗远距恒星的自行,并且全面地考虑了各种因素的影响,分析得出了在这种条件下认为是最可靠的岁差常数改正值,但在使用 VLBI 高精度地绝对测定河外射电源的位置后,即发现了 FK5 系统的岁差常数有较大的误差。低纬子午环配备 CCD 测微器后,能绝对测定遥远的、自行可以忽略的河外天体的光学位置,能高精度地测定数以百万计的恒星相对于河外天体的绝对自行,不仅能用于可靠地测定岁差常数(包括行星岁差常数),还能可靠地测定章动常数,或这些常数采用值的改正值。这种测定可以通过两条途径来求解:一是将约十年内在相距各为几年的三个历元的河外天体位置测定值,利用岁差和章动常数采用值换算到赤道坐标系中,通过同一河外天体在三个历元之间位置测定值的变化,即岁差和章动常数采用值误差引起的河外天体的“自行”同时求解出岁差和章动常数的采用值的改正值;二是将被测恒星在三个历元绝对测定的位置,利用岁差和章动常数采用值归算到同一参考历元,得到这些恒星的受岁差和章动常数采用值误差影响的星表自行,与它们在三个历元观测得到的相对于河外

天体的位置变化,进而得到的绝对自行相比较,也能同时求解出这些常数采用值的改正值。这两种途径所测定的结果是等价的,因为它们都依赖于河外天体和恒星位置的绝对测定值,而这两种天体位置的测定,又是同时伴随着进行的,所受的误差影响相同;这样测定的结果是可靠的,因为低纬子午环的观测数据中不含有由仪器和大气因素引起的系统误差,各种天体在几个历元的位置测定值不含有随天区和时间而变化的系统误差,从而不必担心数据系统的变化问题,这是求解这些常数改正值的最基本的,也是最为苛刻的要求之一,在所得到的河外天体的“自行”和恒星的星表自行中,除这些常数采用值误差的影响之外,没有其他的系统性成分;这样测定的结果,精度是相当高的。因为这些河外天体和恒星,都是为建立和充实框架所选用的观测对象,为了提高框架中每个定标点的位置精度,必须进行多次重复观测,以便压缩仪器残差和大气反常折射等随机误差的影响,如果在每一平均观测历元前后的 2~3 年中,对每个天区观测 20~30 次,则每颗天体在每一历元的平均位置精度可达 $\pm 0.02'' \sim 0.03''$;考虑到求解岁差和章动常数改正值时,对观测数据的天区分布要求,在以万计的河外天体和数以百万计的恒星中,约有一半观测对象的测量数据可用于这些改正值的求解。

可以看出,用配备 CCD 测微器的低纬子午环的观测,最好在南北半球也有一架这种仪器作平行观测,再配合天体照相机或大望远镜的 CCD 相对测量,可以直接建立一个光学波段的实用的准惯性天球参考架,它具有分布密度较高的、能长期维持的刚性框架,还有自己的分点和赤道位置,也有自己的岁差和章动常数,因而这是一个完整的自洽系统。它与河外射电源天球参考架不同,除了每个定标点的位置精度不及河外射电源的射电位置的高精度,以及同样没有天区畸变之外,它的定标点很多,平均而言是高精度的;它给出的是光学位置,避免了射电源射电位置与光学对应体的

光学位置之间关系的某种假设;它含有从亮星到 17.5^m 的各种星等的天体,满足于多种地面光学测量的需要;它有自己的分点位置,不必依赖于已有的天球参考架系统;它自身含有大量恒星的绝对自行和三角视差测定值,能够在很大程度上满足银河系结构和运动以及其它有关科学研究的需要。这一天球参考架与河外射电源参考架之间没有相互依赖的关系,不必考虑两者之间的连接问题,但具有可比较的关系,因为它将含有几十颗亮于 17.5^m 的河外射电源的光学对应体。

由此也可以看出:CCD 在天体测量学领域的应用,只要有合适的观测方法和处理方法,并研制出相应的观测仪器,将能为促进基本天体测量学本身的发展做出很大的贡献。

6.2 为恒星天文学研究提供观测资料

恒星天文学研究所需要的观测资料,除了各种星等、色指数、光谱型、质量、大小和平均密度等物理资料以外,更需要天体的几何资料和运动资料,几何资料包括天体在某一坐标系中的准确位置,最好是在一个准惯性天球参考架中的位置,以及它们离太阳的距离,即视差,运动资料为天体相对于太阳的空间运动速度,包括视向速度和自行,当然还应当知道太阳的运动速度。这些资料中,有些必须通过直接测量得到,有些尚未具备直接测量的条件,只能利用直接测量的数据推算出来。最基本的直接测量是天体的位置、亮度和光谱的测量,由位置的变化推算出视差和自行,由谱线的位移推算出视向速度,再通过这些直接和间接的测量量推算出其他的物理量。此外,对天体的 X 射线、 γ 辐射、紫外辐射和红外辐射所获得的观测资料,也是用于恒星天文学研究的主要资料,因为恒星天文学研究应当是全波段天文学的研究。

CCD 应用于天体测量领域后,它的观测的高效率、测量的高精

度,以及能观测到更暗天体等特性,决定了它能进行对恒星天文学研究更有用的天体位置和亮度的测量,特别是将天体照相机或大望远镜的 CCD 相对测量与低纬子午环的绝对测定配合起来,在配备 CCD 测微器的低纬子午环上,将对天体位置的绝对测定与高精度的相对测定结合起来,即能获得从亮星到尽可能暗的恒星,即大望远镜上 CCD 测量所能达到的星等范围内的恒星,在一个准惯性地球参考架中的准确位置,相对于河外天体测得的这些恒星的绝对自行,以及在一定的条件下相对于河外天体测量得到它们的三角视差,或者与位置变化有关的一些特殊测量结果,同时还能得到这些恒星的准确的视星等。

大量恒星自行的测定,传统的方法是利用照相观测,在观测条件尽可能相同情况下,在相距约 30 年的两个历元,相对于参考星表所给出的参考星位置,测定这些恒星的相对位置,经分析比较后,得到被测星的自行,而参考星表的星位置又是利用子午环或其他仪器相对于基本星表的星位置,采用相对测量方法测量得到的,并通过各种可能的途径得到这些参考星的自行,以致这些参考星的自行和照相观测所得到的大量恒星的自行,都不能脱离基本星表的自行系统。在各种基本星表中,精度最高的是德国系统的基本星表,即从奥韦斯的初期基本星表 FC,直到弗里克的 FK5 星表的系列,这些星表的编制主要是采用传统子午环的观测数据,仪器系统在长期观测期间内的变化,以及为建立自行系统所采用模型的局限性,都会对这些基本星表的自行系统产生不良影响,弗里克在编制 FK5 星表时,分析出应对 FK4 的百年赤经自行 $\mu_{\alpha}\cos\delta$ 和百年赤纬自行 μ_{δ} 分别加 $(0.25''\cos\delta - 0.44''\sin\alpha\sin\delta)$ 和 $(-0.44''\cos\alpha)$ 的系统改正,就是一个例证,如果说 FK5 的自行系统是比较准确的,那么 FK4 自行系统的系统误差则是相当大的,FK4 的前身,即 FC、NFK、FK3,以及其他一些基本星表的自行系统,一般都不及 FK4,而这些基本星表的自行系统又是长时期内为恒星天文学研

究的需要,测定大量恒星自行的基本参照系统。CCD 测量的情况却不同,可以直接相对于河外天体测定恒星的位置变化,通过相距远小于 30 年的两个历元的观测,直接获得恒星的绝对自行。可选用的河外天体是相当多的,在采用了能对光度分布不规则的天体像的光度重心作精确定位测量的数字星像处理方法以后,以极限星等为 17.5^m 来估计,将有几十万颗河外天体可供选用。在低纬子午环的 CCD 视场里,在天体照相机或大望远镜的 CCD 视场中,在扫描式子午望远镜观测到的赤纬带中,可以直接相对于河外天体测定被测恒星的绝对自行,对于银道隐带内的恒星,则通过 CCD 底片重叠法,相对于隐带外边的河外天体测定它们的绝对自行。这样测定的恒星自行,与现有的星表自行,包括基本星表、参考星表和照相星表中的自行,是不相同的,特别是在能随时测定 CCD 图像的比例尺及其变化,能按精度要求对量度坐标分别作各种较差修正的条件下,所得的绝对自行测定值不受仪器系统变化及观测环境条件变化的影响,这是真正能满足恒星天文学研究需要的恒星自行测定值。这样获得的自行测定值也是依巴谷天体测量卫星提供的 12 万颗恒星自行系统所不及的,不仅在星数和星等范围方面远超过它,更重要的是依巴谷卫星观测得到的恒星参考架仍有剩余旋转,因为它的自行仅是满足某种统计模型的全球平差结果,必须与如同河外射电源参考架这样的准惯性天球参考架连接,扣除剩余旋转后,才能得到满足恒星天文学研究需要的恒星自行测定值。

太阳系以外的天体离太阳的距离,采用以角秒为单位的周年视差的倒数来表示,单位为秒差距 PC,即 $1/\sin 1''$ 个天文单位,约为 3.08×10^{16} 米,对于更远的天体,则用千秒差距 KPC 和百万秒差距 MPC 为单位来计量其距离,所以要知道一天体的距离,必须测定出它的周年视差。测定天体的周年视差的方法有多种,根据天体距离的不同,采用不同的方法,相应地也有多种视差类型:包括三

角视差、分光视差、造父视差、星际视差、星团视差、力学视差和平均视差等。三角视差是通过直接测量恒星于不同时刻在天球上的位置,即地球在其轨道上不同位置时,测量得到的恒星在天球上的视差位移量计算出来的。由于地球的轨道半径与太阳到恒星的距离相比非常小,所以只有比较近的恒星,一般认为是 100 秒差距以内的恒星,才采用这种方法,但是由于三角视差是直接测量获得的视差值,使它成为各种视差中最基本的一种,其他各种视差都需要直接或间接地利用三角视差来作校准,所以精确测定大量恒星的三角视差,是测定天体之间距离的基础。三角视差的测定又分为绝对测定和相对测定两种。绝对测定出恒星在天球上的位置变化,并作多种必要的改正后,可以计算出绝对视差,这是早期的方法,在一年中两次的赤经视差位移最大时刻前后,即恒星与太阳的赤经差为 $\pm 90^\circ$ 前后,测定恒星相对于河外天体的位置变化,扣除自行后,也可以计算出恒星的绝对视差;用照相观测在这两个时刻前后测定待测星相对于选用的一些暗弱的比较星的位置变化,求解出的是相对视差,加上比较星的平均视差后,得到待测星的三角视差。比较星的平均视差是一种统计视差,是通过一群星运动资料进行统计分析而得到。

用天体照相仪的观测,测定了数以万计的恒星三角视差,为了尽可能提高三角视差的测定精度,一般采用焦距长于 10 米的天体照相仪,在待测星与太阳的赤经差为 $\pm 90^\circ$ 时刻的前后,对待测星及其周围的星场进行拍照,并且在对称于待测星的不大的视场内选用约 10 颗 $11^m \sim 14^m$ 的恒星作为比较星,在 2~4 年内,共拍得 15~25 幅照片,所得三角视差测定值的精度将优于 $\pm 0.01''$ 。由于这种仪器的极限星等的限制,不能有效地拍摄到河外天体的像,以致于这样测定的三角视差只能是相对视差。近年,人们采用了大口径的反射望远镜来测定三角视差,在测定精度和极限星等方面都有显著的提高。CCD 测量系统可以在三角视差测定中发挥其优势;它能对星等

足够暗的河外天体作精确的定位测量,从而可以直接测定恒星的绝对视差;只要在观测所得的 CCD 图像上有一颗河外天体,在对量度坐标按精度要求作了各种修正后,可以同时获得图像上视差值大于某一限值的所有恒星的绝对视差,这一限值主要决定于多次观测测量平均值的精度和视差测定值对精度的要求。

利用低纬子午环在子午方向的观测,以及扫描式子午望远镜的观测,受到望远镜指向的限制,不能在待测星与太阳的赤经差为 $\pm 90^\circ$ 前后观测,只能在赤经差为 $\pm 120^\circ \sim \pm 150^\circ$ 之间观测,如果观测期间的平均赤经差为 $\pm 135^\circ$,则所得到的视差测定值的精度将降低 $\sqrt{2}$ 倍,或者说观测次数应增加一倍,不过,利用这种仪器主要是为建立准惯性天球参考架和测定恒星绝对自行而进行的通宵观测,为测定视差所提供的观测数据量相当大。虽然低纬子午环还能在卯酉方向观测,可以在待测星与太阳赤经差为 $\pm 90^\circ$ 附近观测,而且这是一种相对位置测量,仪器误差的影响很小,但是在低纬度地区,能在卯酉方向观测的赤纬带比较窄,只能作为对这一赤纬带内一些有兴趣的天区作测量的辅助手段,如果象在赤道地区作绝对测定的原理要求那样,在偏离于子午圈 45° 的地平经圈上观测,则观测天区方面的条件限制将得到改善。用 CCD 测定视差最方便的还是天体照相机或大望远镜的观测,望远镜的指向不受限制,能满足在赤经视差位移最大时刻前后观测的条件;这种观测也不像低纬子午环和扫描式子午望远镜那样露光时间受到限制,可以延长露光时间,观测到更暗的天体,特别是更暗的河外天体;这种望远镜的焦距不必太长,因为 CCD 测量精度的提高以及各种较差修正的采用,在提高视差测定精度方面,远比增大望远镜的焦距来提高照相底片分辨率的效果更显著,而在缩短焦距后,可以扩大 CCD 的视场,有利于在视场内含有河外天体,也能同时测定更多恒星的绝对视差。

CCD 的每个象元相当于一个位阱,收集光照后产生的光电子,

在整个器件的感光面上形成一幅与入射光强度成正比的电子潜像,再用电荷耦合过程读出这些收集在位阱内的光电子数目,形成一幅与入射光图像对应的复制图像。每一位阱的光电子数直接反映了入射光图像中对应点的光强度,一颗星像范围内所有位阱所收集的光电子数,也就反映了这颗星的亮度。所以,CCD 观测可以更准确地测定恒星的视星等。R. C. Stone 等人在 8 英寸的传统子午环上配备 CCD 测微器的试验观测中,对亮于 16^m 的恒星,视星等的测定精度达 $\pm 0.01^m$,对于 17^m 的星,视星等精度为 $\pm 0.03^m$,可以与光电测光的准确度相比,远超过了照相观测时视星等的测定精度,但其效率远超过了光电测光方法。对 CCD 测量系统配备不同的滤光片,也能测定恒星在不同辐射波段的星等。

由上面的叙述可以看出,几种望远镜的 CCD 测量和它们之间的配合,可以获得大量的暗达 17.5^m ,甚至 20^m 的恒星在一个准惯性的天球参考架中的准确位置、绝对自行、绝对视差和视星等,仅一架子午环在 10 年内测定的达 17.5^m 的恒星年自行精度就达 $\pm 1\text{mas}$,随着观测时间的延长,其精度将更高,可达 $\pm 0.01^m$ 的视星等测定以及大望远镜上精度达 $\pm 1\text{mas}$ 的视差测定,都已有了先例。随着观测方法和处理方法的完善,以及多架仪器的投入观测,将能取得更高精度的测定值。这样的观测资料,无论是星等范围,还是可靠性,都将超过现代用于恒星天文学研究所采用的观测资料,从而将对恒星天文学的研究及该学科的发展起到促进作用。

大量恒星的绝对自行是研究银河系内天体相对运动和银河系旋转的基本数据,特别是可观测到 $17.5^m \sim 20^m$ 的天体,使观测的深度达到 2 千秒差距以上,对银晕区可达范围更大,超过了奥尔特公式适用的 1.5 千秒差距的奥尔特区范围,可以分析出奥尔特区以外的运动规律;能更准确地给出太阳空间运动的方向和速度,因为除高速星以外,恒星运动速度与太阳运动速度都是同一量级的,只有精确知道太阳运动矢量后,配合以恒星的视向速度,才能更可

靠地给出各恒星的空间运动速度;可以更可靠地分析出恒星本动的规律,如二流理论、椭圆分布理论以及不同类型的运动规律。

分析测定天体距离的各种方法的原理后,不难看出:人类对宇宙特性的认识,是根据对太阳周围的宇宙邻近区域内作精确几何测量而得出来的,更确切地说,对几百颗较近恒星的三角视差测量被用作提供天文学基本信息的基础,其他的一些视差一般都是依据三角视差测定后拟合的规律外推出去的。由于三角视差可测范围的限制以及这些近距恒星视差测定误差的影响,使得迄今为止有关银河系内距离标度的基础仍不十分可靠,这又进而影响到宇宙距离的标度。更何况在太阳附近空间所显示出的恒星特征之间的关系,并不一定适用于银河系的其他范围。一旦把三角视差的测定精度提高一个数量级后,若以同样的相对精度来要求,可测范围的半径将增大一个数量级,特别是可测的星等大幅度提高后,若以提高 5 个星等来估计,可观测的星数将增加 4~5 个数量级,而且在原有的几百颗恒星所处的宇宙邻近区域内将有比原来多得多的恒星,能获得更高精度的三角视差测定值,从而能更清楚和更为可靠地显示出这些恒星特性之间的关系。

星团视差是除三角视差以外的又一种测定恒星距离的方法,也是一种精度较高的绝对测定,能直接给出恒星的距离,而且不依赖于地球的轨道运动。这种方法是利用移动星团,即离太阳较近,能得出辐射点的疏散星团内恒星的自行和视向速度,直接定出星团内个别成员的视差,测量范围在 40~500 秒差距之间,相对误差一般为 5%~20%。在三角视差的测定精度提高后,可以与它进行相互校核,特别是对几个较近的移动星团;同时,对这些疏散星团的成员星,测定出精度为 $\pm 1\text{mas}$,甚至更高精度的绝对自行后,也有利于得到更高精度的星团视差;再利用这些成员星的精确的视星等,就可以求出成员星的精确的绝对星等,从而可以对 A、F 和 G 型主序星进行基本的绝对测定,这些都是 CCD 测量系统能做

到的。

造父变星的光变周期与其平均光度之间存在一定的关系,即周光关系,从而,由它的光变周期可以推出它的绝对星等,进而利用所测定的视星等平均值,并作星际消光修正后,就能得到造父变星离太阳的距离。用造父变星的光变周期确定的视差,是测定较远银河星团、球状星团和近距河外星系距离的重要方法,在目前口径最大的望远镜的极限星等达 23.5^m 的条件下,造父视差所能适用的范围是 5 百万秒差距。周光关系的零点偏差,对这种距离尺度基础影响较大,虽然几十年来,人们用多种方法进行研究,但至今尚未得到满意的解决,因为造父变星距太阳较远,难以准确地测定它们的三角视差,也就难以用三角视差来直接校核造父视差。CCD 测量系统对此可以起到一定的作用:可选择几颗最近的,即 1 千秒差距左右的造父变星,在单架望远镜可取得 $\pm 1\text{mas}$,甚至更高精度的三角视差测定值的条件下,在采用更合适的数字星像处理方法和误差理论后,加上多种仪器、多架望远镜的配合观测,可望取得精度达 $\pm 0.1\text{mas}$ 的几颗造父变星三角视差测定值,从而在周光关系的零点和宇宙尺度方面做出贡献。

通过恒星的三角视差和视星等测定,能获得恒星的绝对星等,包括一些特殊物理类型恒星的绝对星等,可以用于赫一罗图的精制,也可以用于研究近距、小质量恒星的氦含量等等,这些对天体演化的研究都是有意义的。

为进一步提高恒星绝对自行和三角视差的测定精度,提高观测星等,也为了建立一个精度更高的光学准惯性天球参考架,CCD 在天体测量领域应用的观测方法、定位测量方法及相应的误差理论,还有待于进一步地完善,包括探索一些幅度较小的误差测定方法,如 CCD 芯片的象元分布不均匀。还需注意采用新技术和新工艺,使得在天体测量的精度以及研究课题的深度和广度方面跃上一个新台阶。